

Analisis Pemahaman Konsep Matematis Siswa dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Teori APOS

Dina Amalya Lapele^{1*}, Iskandar Buton², Patma Sopamena³

^{1,2,3}IAIN Ambon

*Corresponding Author: dina14amalya03@iainambon.ac.id

ARTICLE INFO

Article history:

Received 3 Jun 2024

Revised 23 Dec 2024

Accepted 30 Dec 2024

Keywords:

APOS theory;

Mathematical concept-

understanding;

Problems solving.

ABSTRACT

This research discusses the student understanding of mathematical concepts in solving story problems based on APOS theory. The method used in this research is qualitative. The subjects were 3 students of class XI IPS-1. The subjects selected are subjects that have all the conceptual understanding indicators. The research instrument used was test questions and sheets interview. The data collection techniques were test, interviews and documentation. The data analysis techniques used were data reduction, data presentation and conclusions. The results of the study showed that 2 students fulfilled all stages of APOS perfectly, namely action, process, object and scheme. While 1 student only reached the action stage. The student was unable to reach the process, object and scheme stages. This is because the student only understands the concept verbally and does not understand the meaning of the concept of arithmetic sequences and series.

© 2024 The Author(s)

Published by JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)

This is an open access article under CC BY-SA license

(<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>)

How to cite:

Lapele, D.A, Buton, I. & Sopamena, P. (2024). Analisis Pemahaman Konsep Matematis Siswa dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Teori APOS. *JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)*, 9(2), 110-128.

PENDAHULUAN

Matematika berkaitan dengan masalah kehidupan nyata (Samosir dkk., 2023). Siswa harus memiliki kemampuan pemecahan masalah (Hsiao dkk., 2018; Özreçberoğlu & Çağanağa, 2018; Spooner dkk., 2017). Selain itu, matematika merupakan pelajaran yang menekankan pada pemahaman konsep (Dinnullah, 2021). Pemahaman konsep matematis yang baik membantu siswa memecahkan masalah (Nurani dkk., 2021). Dengan demikian dalam memecahkan suatu masalah sangat membutuhkan pemahaman konsep matematis.

Pemahaman matematis merupakan proses kognisi dalam menyerap konsep matematika secara tidak langsung dimana seseorang mampu mengaplikasikan konsep matematis dalam situasi masalah (Ompusunggu, 2014). Hartati (2014) menyatakan keberhasilan dan kegagalan dalam memecahkan masalah dapat diidentifikasi melalui

konstruksi mental yang dicapai. Dengan demikian dibutuhkan kerangka berpikir tentang konstruksi mental dalam pemecahan masalah. Teori APOS merupakan teori konstruksi mental yang bersifat konstruktif tentang bagaimana pencapaian konsep pembelajaran atau prinsip matematika yang terjadi yang dapat digunakan sebagai elaborasi konstruksi mental dari aksi, proses, objek, dan skema (Syaiful, 2014). Teori APOS dapat dikonstruksi secara individual sehingga dapat digunakan dalam membuat prediksi yang kuat sehingga siswa mampu memecahkan masalah (Khairani, 2016).

Pemahaman konsep matematis dan kemampuan pemecahan masalah menjadi problem yang sering terjadi. Masih banyak siswa yang belum memahami dan membentuk konsep pada pikiran mereka (Jazby & Widjaja, 2019). Hal tersebut juga selaras dengan yang dinyatakan Vebianti dkk., (2022) bahwa siswa masih mengalami kesulitan dalam memahami konsep dan aplikasinya sehingga siswa hanya mampu memecahkan masalah yang sama dengan yang telah diajarkan sebelumnya. Siswa mengalami kebingungan dalam memutuskan langkah apa yang harus dilakukan untuk memecahkan masalah. Tidak ada siswa yang mampu mencapai keseluruhan tahap proses, objek, atau skema dengan sempurna. Afgani dkk., (2017) menemukan bahwa siswa masih mengalami kesulitan dalam memecahkan masalah. Salah satu kesulitan yang dialami siswa yaitu menggunakan berbagai konsep matematis yang saling berkaitan dalam memecahkan masalah (Samosir dkk., 2023).

Terdapat juga beberapa temuan mengenai masalah dalam pemahaman konsep siswa ditinjau dari teori APOS. Syamsuri & Santosa (2021) menyatakan struktur mental siswa terhadap konsep masih pada tingkatan proses, bukan pada tingkatan objektif. Sementara itu Afgani dkk., (2017) menyatakan bahwa sebagian besar siswa masih berada pada tahap aksi. Mereka mampu menghitung dan menggunakan prosedur tetapi belum mampu mencapai konsepsi yang lebih tinggi. Masalah tersebut menyatakan siswa belum sampai pada tahap konsepsi yang sempurna.

Terdapat beberapa penelitian yang relevan dengan penelitian ini. Samosir dkk. (2023) meneliti mengenai pemahaman konsep matematis berdasarkan Teori Skemp dalam memecahkan masalah statistika. Hasil penelitiannya menemukan bahwa siswa masih mengalami kesulitan dalam mengaitkan berbagai konsep matematis. Ningrum dkk., (2021) meneliti tentang pemahaman konseptual matematis pada siswa-siswa yang tergolong pandai. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa ternyata siswa yang pandai juga masih mengalami kesulitan dalam memahami konsep matematis. Tetapi mereka mengalami kelebihan dalam menggunakan strategi *trial and error* dalam konteks pemecahan masalah. Selain penelitian

mengenai pemahaman konsep matematis, terdapat pula penelitian relevan mengenai teori APOS. Lerebulan & Ratuanik (2023) mengamati pemahaman konsep matematis pada materi sistem persamaan linier dua variabel berdasarkan teori APOS ditinjau dari gaya belajar. Hasil penelitiannya menunjukkan teori APOS meningkatkan kemampuan konsep matematika siswa. Mudrikah & Hakim (2016) meneliti tentang penggunaan *Problem-Based Learning* (PBL) yang dipadukan dengan Teori APOS dalam pembelajaran matematika. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa mengajar matematika dengan pendekatan PBL yang dipadukan dengan teori APOS membuat guru lebih fokus mengetahui mekanisme mental dan struktur mental yang disebutkan di teori APOS. Tilawah dkk. (2024) menganalisis kesalahan konstruksi pseudo dalam memecahkan masalah pola bilangan berdasarkan teori APOS. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa konstruksi pseudo terjadi pada setiap tahapan APOS dimana konsepnya tidak sepenuhnya dikonstruksi pada tahap skema.

Beberapa penelitian di atas mengamati tentang pemahaman konsep matematis pada pemecahan masalah, dan sudut pandang teori APOS pada pemecahan masalah, serta paduannya dengan metode belajar dan gaya belajar. Penelitian-penelitian sebelumnya memberikan hasil yang masih bersifat umum yakni hanya menggambarkan tingkatan berpikir siswa secara umum. Penelitian ini akan menggambarkan setiap tahapan APOS secara mendetail pada pemecahan masalah barisan dan deret aritmetika. Dengan demikian tujuan dari penelitian ini yaitu menganalisis secara mendalam tentang pemahaman konsep matematis siswa dalam pemecahan masalah berdasarkan teori APOS pada materi barisan dan deret aritmetika.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif yang menyelidiki pemahaman konsep matematis siswa dalam menyelesaikan masalah soal cerita berdasarkan teori APOS (*Action, Process, Object, Scheme*). Penelitian ini dilakukan pada Madrasah Aliyah Negeri Ambon pada 1 November sampai 1 Desember 2023. Subjek penelitian ini yaitu tiga siswa kelas XI IPS-1 MAN Ambon. Subjek yang dipilih dibatasi tiga siswa saja agar analisis dapat dilakukan secara terfokus dan mendalam. Ketiga subjek tersebut dipilih berdasarkan hasil tes penjarangan subjek. Siswa yang memenuhi seluruh indikator pemahaman konsep dipilih menjadi subjek untuk selanjutnya diamati.

Teknik pengumpulan data yang digunakan yaitu tes dan wawancara. Tes dilakukan sebanyak 2 kali. Tes pertama dilakukan untuk penjarangan subjek, sedangkan tes kedua

dilakukan untuk mengetahui pemahaman konsep matematis siswa berdasarkan teori APOS. Tes pertama terdiri dari 2 soal yaitu 1 soal tentang barisan aritmetika dan 1 soal tentang deret aritmetika. Begitupun dengan tes kedua, terdiri dari 2 soal yaitu 1 soal tentang barisan aritmetika dan 1 soal tentang deret aritmetika. Wawancara dilakukan untuk memperoleh data lebih mendalam mengenai pemahaman konsep matematis siswa berdasarkan teori APOS. Wawancara yang dilakukan bersifat tidak terstruktur agar lebih menyesuaikan dengan kondisi pada saat penelitian.

Instrumen yang digunakan yaitu soal tes dan pedoman wawancara. Soal tes merupakan dua soal uraian berbentuk soal cerita tentang materi barisan dan deret aritmetika. Soal pertama berisi tentang masalah barisan aritmatika, sedangkan soal kedua berisi tentang masalah deret aritmetika. Pedoman wawancara berisi pertanyaan-pertanyaan mengenai pemahaman konsep matematis siswa berdasarkan teori APOS. Terdapat 8 pertanyaan terbuka yang diberikan kepada siswa. Adapun 8 pertanyaan tersebut terdiri dari 2 pertanyaan tentang tahap *action*, 2 pertanyaan tentang tahap *process*, 2 pertanyaan tentang tahap *object*, dan 2 pertanyaan tentang tahap *schema*. Pertanyaan pada tahap *action* menyelidiki pemahaman awal tentang barisan dan deret serta langkah awal yang dilakukan untuk memecahkan masalah. Pertanyaan pada tahap *process* menyelidiki tentang perbedaan barisan dan deret serta penggunaan rumus dalam memecahkan masalah tersebut. Pertanyaan pada tahap *object* menyelidiki tentang pemecahan masalah secara detail. Pertanyaan pada tahap *schema* menyelidiki tentang hasil akhir beserta refleksi dari hasil yang diperoleh.

Teknik analisis data yang digunakan yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan (Miles & Huberman, 1984). Reduksi data dilakukan dengan merekap dan merangkum hasil tes siswa serta memilah hasil wawancara. Penyajian data dilakukan dengan mendeskripsikan secara naratif pemahaman konsep matematis siswa berdasarkan teori APOS. Penarikan kesimpulan dilakukan dengan mengambil poin inti yang merupakan jawaban atas permasalahan yang diteliti dalam penelitian ini. Penarikan kesimpulan dilakukan berdasarkan hasil penyajian data tes dan wawancara. Penarikan kesimpulan berdasarkan hasil tes berfokus pada keempat tahapan APOS dari setiap subjek, sedangkan penarikan kesimpulan berdasarkan wawancara menjadi pendukung atas penjelasan hasil tes dari setiap subjek.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini menyelidiki pemahaman konsep ditinjau dari teori APOS (*Action, Process,*

Object, and Schema). Subjek yang diteliti berjumlah tiga orang yaitu WA, DM, dan IN. Ketiga subjek dipilih dikarenakan memenuhi seluruh indikator pemahaman konsep. Penelitian ini mengkaji pemahaman konsep dari setiap subjek berdasarkan setiap tahapan APOS.

Analisis Pemahaman Subjek WA dalam Menyelesaikan Soal Cerita berdasarkan Teori APOS

Masalah yang dipecahkan yaitu masalah tentang barisan dan deret aritmetika. Terdapat 2 soal yang diberikan kepada siswa. Soal 1 berisi masalah tentang barisan aritmetika. Soal 2 berisi masalah tentang deret aritmetika. Adapun redaksi dari masalah tersebut yaitu sebagai berikut.

1. Pada tahun 2016 PT. Bunga Ajaya mulai beroperasi dibidang perakitan sepeda, dan selanjutnya PT. Bunga Ajaya berusaha menambah produksi setiap tahunnya. Jika pada tahun 2016 PT. Bunga Ajaya memproduksi sepeda sebanyak 300 unit, sedangkan pertambahan produksi setiap tahunnya 200 unit. Maka jumlah sepeda yang diproduksi pada tahun 2022 sebanyak.....
2. Aisyah mempunyai seutas pita dan dipotong menjadi beberapa bagian hingga membentuk suatu barisan. Jika masing – masing bagian pita yang dipotong adalah 15 cm, 27 cm, 39 cm, ..., 99 cm. maka panjang pita yang dimiliki aisyah seluruhnya adalah.....

Gambar 1. Masalah Barisan dan Deret Aritmetika

Pada tahap aksi, pemahaman subjek WA dimulai dengan melakukan refleksi (interiorisasi) pada soal dengan menggunakan simbol matematika yakni menggunakan simbol a , b , dan n dan model matematika yakni $a = 300$, $b = 200$, $n = 6$ untuk soal pertama dan pada soal kedua $a = 15$, $b = 12$, $n = ?$ untuk menuangkan masalah kemudian subjek WA menerjemahkan dan menuliskannya kedalam lembar jawaban. Hasil ini selaras dengan Rahmah dkk., (2022) pada tahap ini subjek mampu memenuhi tahapan aksi yakni menjawab dengan benar. Adapun hasil tertulis subjek WA dapat dilihat pada Gambar 2 berikut:

1. dik : $a = 300$	2. dik : $a = 15$
$b = 200$	$b = 12$
$n = 6$	$n = ?$
dit : Jumlah sepeda yang diproduksi dari tahun 2016 - 2022 adalah?	dit : panjang seluruh pita dan nilai n ?
	Penyelesaian :

Gambar 2. Hasil Pekerjaan WA Pada Tahap Aksi

Pada tahap ini subjek WA dapat mendefinisikan konsep barisan dan deret aritmetika secara verbal, subjek juga dapat menjelaskan apa yang diketahui pada soal dan subjek mampu

menggunakan simbol dan model matematika untuk mempresentasikan suatu konsep. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara sebagai berikut:

- Peneliti : Apa yang kamu pahami tentang barisan dan deret aritmetika?
 WA : Barisan aritmetika adalah kumpulan angka yang memiliki pola dan selisih yang sama atau konstan sedangkan deret aritmetika adalah penjumlahan suku-suku barisan aritmetika
 Peneliti : Disini terlihat kamu dapat menentukan nilai suku pertama, beda suku dan suku ke- n bagaimana kamu menentukannya?
 WA : Untuk nomor 1, $a = 300$ didapatkan dari produksi sepeda pada tahun 2016, $b = 200$ didapatkan dari pertumbuhan setiap tahunnya, sedangkan $n = 6$ didapatkan dari jarak 2016 ke 2022. Sedangkan untuk nomor 2, $a = 15$ didapatkn dari potongan bagian pita yang pertama, $b = 12$ didapatkan dari $27 - 15 = 12$ begitupun $39 - 27 = 12$, untuk n pada nomor dua belum diketahui.

Berdasarkan hasil tes dan wawancara tersebut subjek WA mampu memenuhi indikator konsep mendefinisikan konsep secara verbal, mengenal berbagai macam interpretasi yakni dapat menjelaskan yang diketahui dan ditanyakan dan mampu menggunakan model, diagram, dan simbol untuk mempresentasikan suatu konsep. Selanjutnya pada tahap proses, subjek WA memperoleh persamaan $99 = a + (n-1)b$ artinya subjek WA telah melakukan aksi ke proses melalui interiorisasi. Kemudian menyubtitusikan nilai a dan b kedalam persamaan hingga diperoleh $99 = 15 + (n-1)12$ kemudian dioperasikan sehingga memperoleh $99 = 15 + 12n - 12$, artinya subjek WA melakukan aksi dan proses menuju objek melalui interiorisasi dan koordinasi. Setelah itu subjek WA melakukan konstruksi mental dan konstruksi koordinasi dan pembalikan persamaan dengan menerapkan sifat operasi aljabar yaitu $99 - 3 = 12n$, kemudian subjek WA melakukan *de-encapsulation* yaitu $\frac{96}{12} = n$ dan $n = 8$.

Pada tahap proses subjek WA mampu mengidentifikasi contoh dan bukan contoh serta dapat membandingkan konsep dan dapat menjelaskan syarat khusus.

1. dik : $a = 300$ $b = 200$ $n = 6$ dit : Jumlah sepeda yang diproduksi dari tahun 2016 - 2022 adalah? Penyelesaian : $u_n = a + (n-1)b$	2. dik : $a = 15$ $b = 12$ $n = ?$ dit : panjang seluruh pita dan nilai n? Penyelesaian : $99 = a + (n-1)b$ $99 = 15 + (n-1)12$ $99 = 15 + 12n - 12$ $99 = 3 + 12n$ $99 - 3 = 12n$ $96 = 12n$ $= 8$ Jadi hasil nilai n adalah 8 $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$
---	--

Gambar 3. Hasil Pekerjaan Subjek WA Pada Tahap Proses

Hasil tes tersebut didukung oleh hasil wawancara sebagai berikut.

- Peneliti : Bisakah anda jelaskan perbedaan barisan dan deret aritmetika?
 WA : Barisan aritmetika itu memiliki pola dan beda suku yang sama sama atau konstan sedangkan deret aritmetika itu penjumlahan suku - suku
 Peneliti : Dari hasil jawabanmu disini untuk menjawab soal nomor 1 kamu menggunakan rumus barisan aritmetika dan untuk nomor 2 kamu menggunakan rumus deret aritmetika, mengapa?

WA : Untuk nomor satu karena memiliki suku pertama dan beda suku setiap 200 jadi diselesaikan dengan barisan aritmetika rumusnya adalah $U_n = a + (n-1)b$ dan untuk nomor 2 karena untuk mendapat panjang pita seluruhnya harus dijumlahkan semua angkanya yang membentuk pola dengan beda tiap suku sama yaitu 12 jadi diselesaikan dengan deret aritmetika rumusnya $S_n = n/2 (2a + (n-1)b)$.

Berdasarkan hasil jawaban dan transkrip wawancara dengan WA menunjukkan bahwa pada tahap proses WA mampu mengenali beberapa syarat yang dapat memenuhi suatu konsep yakni pada soal kedua mencari nilai n terlebih dahulu sebelum menerapkan rumus ke dalam pemecahan masalah, menentukan dan menjelaskan contoh dan bukan contoh dari barisan dan deret aritmetika yaitu WA mampu menunjukkan mana soal yang termasuk barisan aritmetika dan deret aritmetika. Selanjutnya WA mampu menjelaskan perbedaan barisan dan deret aritmetika yakni barisan aritmetika memiliki pola dan beda suku yang sama sedangkan deret aritmetika penjumlahan suku - suku. Serta dapat membandingkan kedua soal yang diselesaikan dengan rumus U_n dan S_n . Hal ini selaras dengan Rahmah dkk. (2022) bahwa pada tahapan proses siswa mampu mengidentifikasi rumus yang digunakan untuk memecahkan masalah.

Kemudian pada tahap objek, subjek WA melakukan konstruksi generalisasi dimana subjek WA menyubstitusikan nilai a, b, n yang telah diketahui kedalam rumus $U_n = a + (n-1)b$ sehingga memperoleh $U_6 = 300 + (6-1)200$ artinya subjek WA telah melakukan aksi dan proses terhadap objek melalui interiorisasi, koordinasi, dan generalisasi. Setelah itu subjek WA melakukan aksi dan proses dari konstruksi koordinasi $U_6 = 300 + (5)200$ selanjutnya subjek WA melakukan de-enkapsulasi seperti proses yaitu $U_6 = 300 + 1000$ sehingga hasil $U_6 = 1,300$. masih pada tahap objek, dimana subjek dalam menyelesaikan soal kedua menyubstitusikan yang diketahui kedalam rumus $S_n = n/2(2.a + (n-1)b)$ hingga diperoleh $S_8 = 8/2 (2.15 + (8-1)12)$ artinya subjek telah melakukan generalisasi (aksi dan proses). Kemudian subjek WA melakukan konstruksi koordinasi (proses) terhadap objek dengan menerapkan operasi bilangan bulat yaitu $S_8 = 4 (30 + 84)$. Setelah itu melakukan de-enkapsulasi yaitu $S_8 = 4.114$ sehingga diperoleh $S_8 = 456$. Berdasarkan hal tersebut subjek WA mampu mengidentifikasi sifat-sifat sesuai konsep yakni subjek WA dapat menjelaskan prosedur yang sesuai dengan identifikasi sifat-sifat konsep barisan dan deret aritmetika yakni menuliskan baris ke 6 dan 8 ke dalam simbol matematika barisan dan deret aritmetika, substitusi nilai 6 dan 8 ke dalam n pada bentuk rumus U_n dan S_n , selanjutnya melakukan operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian dan sifat substitusi dengan tepat. Hal ini sejalan dengan Apiati & Hermanto (2020) yang menyatakan bahwa tahap objek ini berisi kemampuan memecahkan masalah

dengan strategi yang benar, tepat, dan lengkap.

Penyelesaian : $u_n = a + (n-1)b$ $u_6 = 300 + (6-1) 200$ $u_6 = 300 + (5) 200$ $u_6 = 300 + 1.000$ $u_6 = 1.300$	$99 = a + (n-1)b$ $99 = 15 + (n-1) 12$ $99 = 15 + 12n - 12$ $99 = 3 + 12n$ $99 - 3 = 12n$ $96 = 12n$ $= 8$ Jadi hasil nilai n adalah 8 $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$ $S_8 = \frac{8}{2} (2 \cdot 15 + (8-1) 12)$ $S_8 = 4 (30 + 84)$ $S_8 = 4 \cdot (114)$ $S_8 = 456$
--	--

Gambar 4. Hasil Pekerjaan WA Pada Tahap Objek

Hasil dari aksi, proses, sehingga menghasilkan objek kemudian diorganisasi menjadi skema. Pada tahap ini subjek WA melakukan de-enskapsulasi dimana subjek WA mengubah hasil yang ditemukan kedalam bentuk kalimat pernyataan matematika. Proses de-enskapsulasi subjek WA dapat dilihat pada Gambar 5.

Jadi Jumlah Sepeda yang diproduksi dari tahun 2016 - 2022 adalah 1.300 unit Sepeda	$S_8 = 456$ Jadi Panjang seluruh Pita Aisyah adalah 456 cm
--	--

Gambar 5. Hasil Pekerjaan Subjek WA Pada Tahap Skema

Berdasarkan hasil jawaban dan transkrip wawancara dengan WA menunjukkan bahwa pada tahap skema subjek WA mampu mengubah suatu bentuk representasi ke bentuk yang lain dalam soal cerita yang menghubungkan aksi, proses, dan objek dan tidak terdapat kesalahan pada jawaban yang dikemukakan yakni mengubah nilai yang didapatkan dari proses penyelesaian aksi, proses, dan objek menjadi kalimat pernyataan matematika

- Peneliti : Setelah mengerjakan soal mulai dari yang diketahui, ditanyakan sampai langkah – langkah untuk mendapat jawaban. Sebutkan kesimpulan yang anda peroleh dari hasil jawaban akhirmu?
- WA : Kesimpulannya adalah jumlah sepeda yang diproduksi pada tahun 2022 sebanyak 300 unit, sedangkan untuk panjang pita yang dimiliki aisyah seluruhnya adalah 456 cm

Pada tahapan ini subjek mampu mendapatkan pemahaman matematis baru melalui skema yang telah dibentuknya. Hal ini selaras dengan Xiang & Pereira (2024) yang menyatakan bahwa setelah melalui tahapan skema siswa akan mempunyai dasar pemahaman baru untuk digunakan pada situasi yang berbeda di kemudian hari.

Analisis Pemahaman Subjek DM dalam Menyelesaikan Soal Cerita berdasarkan Teori APOS

Subjek DM telah memenuhi indikator pemahaman konsep berdasarkan teori APOS. Hal ini dapat dilihat dari kemampuan DM dalam menyelesaikan soal. Pada tahap **aksi**, subjek

DM memulai prosesnya dengan *Interiorisasi* dengan menggunakan simbol a , b , dan n dan model matematika yaitu $a = 300$, $b = 200$, dan $n = 6$ untuk soal pertama dan untuk soal kedua yakni $a = 15$, $b = 12$ dan $n=?$ Subjek DM mengartikannya dan menuliskannya

kedalam l	1. dik : $a = 300$ $b = 200$ $n = 6$ dit : jumlah sepeda yg diproduksi dari tahun 2016 - 2022 adalah.	2. dik : $a = 15$ $b = 12$ $n = ?$ dit : panjang pita yg dimiliki arsyah seluruhnya dan mencari nilai n nya.
-----------	--	---

Gambar 6. Hasil Pekerjaan Subjek DM Pada Tahap Aksi

- Peneliti : Apa yang kamu pahami tentang barisan dan deret aritmatika?
 DM : Barisan aritmatka adalah barisan yang tiap sukunya memiliki pola dan bda yang selalu sama, sedangkan deret aritmatika jumlah suku - suku yang ada dalam barisan aritmatika.
 Peneliti : Disini terlihat kamu dapat menentukan nilai suku pertama, beda suku dan suku ke- n bagaimana kamu menentukannya?
 DM : Untuk $a = 300$ produksi sepeda pada tahun 2016, untuk $b = 200$ pertumbuhan produksi setiap tahunnya dan $n = 6$ didapatkan dari tahun 2016 ke 2022 sedangkan $a = 15$ merupakan suku pertama, $b = 12$ dari $U_2 - U_1$ yaitu 27-15.

Berdasarkan hasil tes dan wawancara menunjuka bahwa pada tahap aksi DM mampu menjelaskan definisi barisan dan deret aritmatika dengan tepat yaitu barisan aritmatika memiliki pola dan beda suku yang sama dan deret aritmatika penjumlahan suku - suku. Subjek DM mampu mengenali berbagai macam interpretasi dan makna konsep yaitu menjelaskan apa yang diketahui dan ditanya dalam soal dengan tepat yaitu $a = 300$ menyatakan produksi sepeda pada tahun 2016, untuk $b = 200$ menyatakan pertumbuhan produksi setiap tahunnya dan $n = 6$ didapatkan dari tahun 2016 ke 2022 sedangkan $a = 15$ merupakan suku pertama, $b = 12$ dari $U_2 - U_1$ yaitu 27-15. DM mampu menggunakan model matematika yaitu $a = 300$, $b = 200$, dan $n = 6$. Untuk soal kedua dan dan simbol matematika yakni dan dalam merepresentasikan suatu konsep dengan tepat.

Pada tahap proses, subjek DM memperoleh persamaan $99 = a + (n - 1)b$ artinya subjek DM telah melakukan aksi ke proses melalui interiorisasi. Kemudian menyubstitusikan nilai dan ke dalam persamaan hingga memperoleh $99 = 15 + 12n - 12$. Hal tersebut berarti subjek DM melakukan aksi dan proses menuju objek melalui interiorisasi dan koordinasi. Setelah itu subjek DM melakukan konstruksi koordinasi dan pembalikan persamaan dengan menerapkan sifat operasi aljabar yaitu $99 - 3 = 12n$, kemudian subjek DM melakukan *de-encapsulation* yaitu $96/12 = n$ dan $n = 8$. Hal tersebut berarti subjek DM telah melakukan proses dan menuju ke objek, hal ini dapat dilihat pada gambar berikut.

1. dik : $a = 300$
 $b = 200$
 $n = 6$
 dit : Jumlah Sepeda yg diproduksi dari tahun 2021 - 2022 adalah.
 penye : $U_n = a + (n-1)b$

Penye : $a = 15$
 $b = 27 - 15 = 12$
 $39 - 27 = 12$
 $n = ?$
 $U_n = a + (n-1)b$
 $99 = 15 + (n-1)12$
 $99 = 15 + 12n - 12$
 $99 = 3 + 12n$
 $99 - 3 = 12n$
 $96 = 12n$
 $n = 8$
 $S_n = \frac{1}{2} (2a + (n-1)b)$

Gambar 7. Hasil Pekerjaan Subjek DM Pada Tahap Proses

- Peneliti : Bagaimana caranya kamu mendapat nilai n yang belum diketahui pada nomor 2 sebelum kamu menerapkan rumus?
- DM : Diketahui $a = 15$, $b = 12$, di sini n nya belum diketahui untuk mendapat nilai n masukan nilai $U_n = 99$, $a = 15$ dan $b = 12$ kedalam rumus $= a + (n-1)b$ jadi $99 = a + (n-1)12$ operasi perkalian terlebih dahulu maka $99 = 15 + 12n - 12$ jumlahkan yang sama maka $99 = 3 + 12n$ selanjutnya 3 pindah ruas menjadi $99 - 3 = 12n$ setelah itu dikurangkan lalu dibagi $96/12 = n$ sehingga mendapat nilai $n = 8$.
- Peneliti : Dari hasil jawabanmu disini untuk menjawab soal nomor 1 kamu menggunakan rumus barisan aritmatika dan untuk nomor 2 kamu menggunakan rumus deret aritmatika, mengapa?
- DM : Untuk soal nomor satu termasuk barisan barisan aritmatika dan memiliki beda suku yang sama yaitu 200 sedangkan nomor 2 termasuk deret aritmatika karna memiliki pola dan beda suku yang sama yakni 12 tapi dalam proses harus dijumlahkan setiap potongan pita untuk mendapat panjang pita hal ini sama dengan pengertian deret aritmatika.
- Peneli : Bisakah anda jelaskan perbedaan barisan dan deret aritmatika?
- DM : Barisan aritmatika tiap sukunya memiliki pola dan beda yang sama sdangkan deret aritmatika penjumlahan barisan aritmatika.

Berdasarkan hasil tes dan wawancara menunjukan bahwa DM mampu mengenali beberapa syarat yang dapat memenuhi suatu konsep yakni mencari nilai n sebelum menggunakan rumus $S_n = \frac{1}{2}(2a + (n-1)b)$ dan menentukan serta menjelaskan contoh dan bukan contoh dari suatu konsep barisan dan deret aritmatika dengan tepat. DM mampu menyatakan bahwa soal nomor satu termasuk barisan barisan aritmatika dan memiliki beda suku yang sama yaitu 200 sedangkan nomor 2 termasuk deret aritmatika karna memiliki pola dan beda suku yang sama yakni 12 tapi dalam proses harus dijumlahkan setiap potongan pita untuk mendapat panjang pita. Hal ini sama dengan pengertian deret aritmatika. DM menjelaskan perbedaan dan membandingkan konsep dengan tepat. Hal ini dapat dilihat bahwa subjek DM mampu membedakan kedua soal dan dapat membandingkan kedua soal tersebut yang diselesaikan dengan rumu U_n dan S_n .

Pada tahap objek subjek DM menyubtitusikan nilai a , b , dan n kedalam rumus $U_n = a + (n-1)b$ sehingga memperoleh $U_6 = 300 + 1000$. Hal tersebut berarti subjek DM telah melakukan aksi dan proses terhadap objek melalui interiorisasi, koordinasi, de-enkapsulasi dan generelisasi. Setelah itu subjek DM melakukan de-enkapsulasi dengan menerapkan operasi penambahan sehingga menghasilkan $U_6 = 1,300$.

$$\begin{aligned} \text{Penye: } & U_n = a + (n-1)b \\ & U_n = 300 + 1000 \\ & U_n = 1.300 \end{aligned}$$

Gambar 8. Hasil Soal Pertama Subjek DM Pada Tahap Objek

Subjek DM menyubstitusikan yang diketahuin kedalam rumus hingga diperoleh $S_8 = 8/2(2 \cdot 15 + (8 - 1)12)$. Hal ini berarti subjek DM melakukan generalisasi. Subjek DM melakukan koordinasi terhadap objek dengan menerapkan operasi bilangan bulat yaitu $S_8 = 4(30+84)$. Setelah itu melakukan de-enkapsulasi yaitu $S_8 = 4.114$ sehingga di peroleh $S_8 = 456$. Berdasarkan kedua jawaban di atas artinya subjek DM telah melakukan objek.

$$\begin{aligned} \text{Penye: } & a = 15 \\ & b = 27 - 15 = 12 \\ & n = ? \\ U_n &= a + (n-1)b \\ 99 &= 15 + (n-1)12 \\ 99 &= 15 + 12n - 12 \\ 99 &= 3 + 12n \\ 99 - 3 &= 12n \\ 96 &= 12n \quad \rightarrow \frac{96}{12} = n \\ S_n &= \frac{n}{2} (2a + (n-1)b) \\ S_n &= \frac{8}{2} (2 \cdot 15 + (8-1)12) \\ S_n &= \frac{8}{2} (30 + 84) \\ S_n &= 4 \cdot 114 \\ S_n &= 456 \end{aligned}$$

Gambar 9. Hasil Soal Kedua Subjek DM Pada Tahap Objek

- Peneliti : Untuk nomor 1 bagaimana langkah - lanagah kamu dalam menentukan jumlah sepeda motor yang diproduksi pada tahun 2022?
- DM : Untuk nomor 1, pertama diketahui $a = 300$, $b = 200$, dan $n = 6$ selanjutnya substitusi kedalam rumus $U_n = a + (n - 1)b$. $(6-1)200 = 1000$ maka $6 = 300 + 1000$ jadi $U_6 = 1.300$.
- Peneliti : Untuk soal nomor 2 bagaimana kamu menentukan panjang pita seluruhnya?
- DM : Substitusi nilai a , b , dan n yang telah diketahui kedalam rumus deret yakni $S_n = n/2(2a + (n-1)b)$ jadi $S_8 = 8/2(2 \cdot 15 + (8-1)12)$. Selanjutnya $S_8 = 4$, dan $2 \times 15 = 30$ dan $7 \times 12 = 84$ sehngga $S_8 = 4(30 + 84)$ maka $S_8 = 4(114) = 456$.

Berdasarkan hasil jawaban dan transkrip wawancara dengan DM menunjukkan bahwa pada tahap objek DM mampu menjelaskan prosedur yang sesuai dengan identifikasi sifat-sifat konsep barisan dan deret aritmatik dengan tepat. yakni menuliskan nilai 6 dan 8 yang diketahui kedalam simbol matematika barisan dan deret aritmatika U_6 dan S_8 melakukan operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian dan sifat substitusi hingga memperoleh jawaban nilai $U_6 = 1,300$ dan $S_8 = 456$. Hasil dari aksi, proses, dan objek diorganisir menjadi skema dimana subjek DM melakukan de-enkapsulasi mengubah nilai yang didapatkan kedalam bentuk pernyataan matematika menuliskan yaitu kesimpulan akhir yang menghubungkan tahap aksi, proses, dan objek menjadi satu kesatuan yang utuh.

Jadi jumlah sepeda yg diproduksi dari tahun	Jadi Panjang Pita yg dimilikiaisyah seluruhnya
2020 2022 adalah 1.300	adalah 456 cm dan nilai n nya adalah 8.
Menggunakan rumus Barisan aritmatika.	Rumus : Barisan dan deret aritmatika.

Gambar 10. Hasil Pekerjaan Subjek DM Tahap Skema

Peneliti : Setelah mengerjakan soal mulai dari yang diketahui, ditanyakan sampai langkah – langkah untuk mendapat jawaban. Sebutkan kesimpulan yang anda peroleh dari hasil jawaban akhirmu?
 DM : Jadi jumlah sepeda yang diproduksi pada tahun 2022 adalah 1.300 dan panjang pita yang dimiliki Aisyah adalah 456 *cm* dan nilai n nya adalah 8.

Berdasarkan hasil jawaban dan transkrip wawancara dengan subjek DM menunjukkan bahwa pada tahap skema DM mampu mengubah suatu bentuk representasi kebentuk yang lain. DM dapat menghubungkan aksi, proses, objek dengan tepat dan menjelaskan proses dari kesimpulan pemecahan masalah yang sesuai dengan identifikasi sifat-sifat konsep barisan dan deret aritmatika. Hal tersebut dapat dilihat dari jawaban DM yaitu jumlah yang diproduksi pada tahun 2022 adalah 1.300 dan panjang pita seluruhnya adalah 456 *cm*. DM juga telah sampai pada tahap skema dimana subjek DM melakukan de-enkapsulasi mengubah nilai yang didapatkan kedalam bentuk pernyataan matematika menuliskan yaitu kesimpulan akhir.

Analisis Pemahaman Subjek IN dalam Menyelesaikan Soal Cerita berdasarkan Teori APOS

Pada tahap aksi, pemahaman subjek IN dimulai dengan melakukan interiorisasi yaitu dengan menggunakan simbol a , b , n dan model matematika yakni $a = 300$, $b = 200$, dan $n = 6$ dan untuk soal kedua $a = 15$, $b = 12$, dan $n = ?$ untuk menuangkan masalah. Artinya pada tahap aksi telah terlaksana lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar berikut.

$a: 300$	2.
$b: 200$	$a: 15$
$n: 6$	$b: 12$
1.	$n: 8$

Gambar 11. Hasil Pekerjaan Subjek IN Pada Tahap Aksi

Pada tahap ini subjek IN mampu mendefinisikan konsep barisan dan deret aritmetika, subjek juga dapat menjelaskan apa yang diketahui pada soal dan subjek mampu menggunakan simbol dan model matematika untuk mempresentasikan suatu konsep. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara sebagai berikut:

Peneliti : Apa yang kamu pahami tentang barisan dan deret aritmetika?
 IN : Barisan aritmetika adalah susunan angka yang memiliki pola dan selisih dua suku berturut -

- turut sama dan tetap sedangkan deret aritmetika yaitu jumlah suku - suku dalam barisan aritmetika
- Peneliti : Disini terlihat kamu dapat menentukan nilai suku pertama, beda suku dan suku ke- n bagaimana kamu menentukannya?
- IN : Produksi sepeda pada tahun 2016 misalkan a jadi $a = 300$, pertambahan produksi setiap tahunnya misalkan b jadi $b = 200$ untuk n 2016 ke 2022 jadi $n = 6$ untuk nomor 2 misalkan bagian pertama potong pita adalah a maka $a = 15$, b didapat dari $27 - 15 = 12$ jadi $b = 12$.

Selanjutnya pada tahap proses, subjek IN memperoleh persamaan $99 = a + (n-1)b$ dengan menyubstitusikan nilai a dan b kedalam persamaan hingga memperoleh $99 = 15 + 12n - 12$, artinya subjek IN melakukan aksi dan proses menuju objek melalui interiorisasi dan koordinasi. Kemudian menerapkan sifat operasi aljabar yaitu $99 - 3 = 12n$, kemudian melakukan de-enkapsulasi yaitu $96/12 = n$ dan $n = 8$. Kesalahan terjadi pada subjek IN yakni menggunakan rumus S_n untuk menyelesaikan soal, ini berarti pemahaman yang dimiliki subjek IN masih kurang artinya subjek IN belum dikatakan berada pada tahap proses. Proses de-enkapsulasi subjek IN dapat dilihat pada Gambar 12.

Handwritten work showing the derivation of n from the equation $99 = a + (n-1)b$. The work includes the formula $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$ and the final result $n = 8$.

Gambar 12. Hasil Pekerjaan Subjek IN Pada Tahap Proses

Pada tahap ini subjek IN hanya memenuhi indikator pemahaman konsep yakni mengenali beberapa syarat yang dapat memberikan ketentuan suatu konsep yakni mencari nilai n sebelum diterapkan kedalam rumus pada soal kedua, subjek IN belum mampu menentukan contoh dan bukan contoh serta belum mampu membedakan konsep barisan dan deret aritmetika dimana soal yang diselesaikan dengan rumus U_n dan dimana soal yang diselesaikan dengan rumus S_n . Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara sebagai berikut.

- Peneliti : Dari hasil jawabanmu kamu menggunakan rumus S_n untuk menyelesaikan kedua soal. mengapa?
- IN : kurang paham pak guru
- Peneliti : Kurang paham bagaimana?
- IN : Kurang paham dengan soal yang mana diselesaikan dengan barisan aritmetika dan yang mana soal yang diselesaikan dengan deret aritmetika. makanya saya selesaikan keduanya menggunakan rumus S_n supaya sama pak guru
- Peneliti : Oke sekarang U_n dan S_n itu rumus apa?
- IN : U_n itu rumus barisan aritmetika dan S_n itu rumus deret aritmetika
- Peneliti : Oke sekarang bisakah anda jelaskan perbedaan barisan dan deret aritmetika?
- IN : Barisan itu memiliki pola dan beda yang sama sedangkan deret itu penjumlahan barisan aritmetika
- Peneliti : Lalu kenapa pada saat saya bertanya kenapa menggunakan rumus S_n dalam menyelesaikan soal kamu mengatakan kurang paham?
- IN : (Diam)

Pada tahap objek, dimana subjek IN melakukan substitusi nilai yang diketahui kedalam rumus hingga diperoleh $S_6 = 6/2 (2.300 + (6-1)200)$ artinya subjek IN telah melakukan generalisasi melalui interiorisasi dan koordinasi (aksi dan proses). Selanjutnya melakukan hasil koordinasi $S_6 = 6/2(600 + 1000)$. Kemudian melakukan de-enkapsulasi yaitu $S_6 = 3 \times 700$ hingga diperoleh $S_6 = 2.100$. Kesalahan terjadi dimana subjek IN melakukan kesalahan pada penggunaan rumus S_n dalam menyelesaikan soal yang dimana paling tepat adalah menggunakan rumus U_n selain itu pada saat melakukan de-enkapsulasi hasil yang diperoleh seharusnya adalah $S_6 = 3 \times 1.600$ hingga diperoleh $S_6 = 4.800$. Masih pada tahap objek dimana subjek IN melakukan interiorisasi dengan menerapkan rumus $S_n = n/2 (2.a + (n-1)b)$. Setelah itu substitusikan nilai yang diketahui hingga diperoleh $S_8 = 8/2 (2.15 + (8-1)12)$ artinya subjek melakukan generalisasi melalui interiorisasi (aksi) dan koordinasi (proses) terhadap objek. Selanjutnya subjek melakukan koordinasi (proses) hingga diperoleh $S_8 = 8/2 (30 + 84)$. Setelah itu melakukan de-enkapsulasi $S_8 = 8/2(114)$ hingga diperoleh $S_8 = 456$. Berdasarkan kedua jawaban di atas subjek IN belum maksimal pada tahap objek ini ditandai dengan kesalahan yang dilakukan pada soal pertama artinya, subjek IN belum mampu mengidentifikasi sifat – sifat sesuai konsep. Pekerjaan subjek IN pada tahap objek dapat dilihat pada Gambar 13.

Handwritten mathematical work for two problems:

Problem 1:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

$$S_6 = \frac{6}{2} (2.300 + (6-1).200)$$

$$S_6 = \frac{6}{2} (600 + 1000)$$

$$= 3 \times 700$$

$$= 2.100$$

kesimpulan

Problem 2:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1).b)$$

$$S_8 = \frac{8}{2} (2.15 + (8-1).12)$$

$$= \frac{4}{2} (30 + 84)$$

$$= \frac{8}{2} (114)$$

$$= 456$$

Gambar 13. Hasil Pekerjaan Subjek IN Pada Tahap Objek

Pada tahap akhir subjek IN tidak menuliskan kesimpulan akhir pada kedua soal tersebut yang menghubungkan aksi ke proses, proses ke objek, dan objek ke skema. Artinya subjek IN tidak melakukan de-enkapsulasi, yakni mengubah nilai yang didapatkan kedalam pernyataan matematika lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 14.

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

$$S_6 = \frac{6}{2} (2 \cdot 300 + (6-1) \cdot 12)$$

$$S_6 = \frac{6}{2} (600 + 60)$$

$$S_6 = 3 \cdot 660$$

$$S_6 = 1980$$

kesimpulan

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

$$S_8 = \frac{8}{2} (2 \cdot 15 + (8-1) \cdot 12)$$

$$S_8 = \frac{8}{2} (30 + 84)$$

$$S_8 = 4 \cdot 114$$

$$S_8 = 456$$

Gambar 14. Hasil Pekerjaan Subjek IN Pada Tahap Skema

Pada tahap ini subjek IN tidak dapat memenuhi indikator pemahaman konsep mengubah suatu bentuk representasi ke bentuk yang lain. Subjek IN tidak mengubah hasil yang didapatkan dari tahap aksi hingga ke objek menjadi satu kesimpulan. Setelah dilakukan wawancara subjek IN baru menyadari kesalahan yang dibuat. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara sebagai berikut:

- Peneliti : Setelah mengerjakan soal mulai dari yang diketahui, ditanyakan sampai langkah - langkah untuk mendapat jawaban. Sebutkan kesimpulan yang anda peroleh dari hasil jawaban akhirmu?
- IN : Jumlah sepeda yang diproduksi tahun 2022 adalah 2.100, maaf salah nulis pak seharusnya jumlah produksi tahun 2022 adalah 4.800 dan panjang pita yang dimiliki Aisyah adalah 456 cm (maaf pak tidak menuliskan dalam jawaban yang diketas pak).

Siswa terkadang tidak melengkapi tahapan skema dikarenakan mereka tidak menyimpulkan hasil akhir dari pemecahan masalah yang telah dilakukan (Af-idah & Suhendar, 2020). Padahal jawaban dari siswa tersebut benar dan ketika diwawancara subjek mampu menjelaskan dengan baik.

Secara keseluruhan pada tahap aksi, kedua subjek dapat memberikan jawaban yang benar dan tepat. Kedua subjek membaca instruksi soal, menjelaskan definisi barisan dan deret aritmetika secara verbal, menuliskan dan menjelaskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal, menuliskan kedalam bentuk simbol matematika pada barisan dan deret aritmetika, menggunakan model matematika untuk mempresentasikan suatu konsep. Berdasarkan hal tersebut subjek dapat memahami maksud dari soal. Hal ini sejalan dengan Rahmah dkk., (2022) yang menyatakan bahwa pada tahap aksi subjek mampu menjawab dengan benar.

Pada tahap proses, subjek WA dapat memberikan jawaban yang benar yakni dapat menunjukkan soal yang diselesaikan dengan rumus U_n dan S_n . Subjek juga dapat mengenali beberapa syarat yang dapat memberikan ketentuan suatu konsep yakni mencari nilai n pada soal kedua sebelum menerapkan kedalam pemecahan masalah. Subjek juga mampu memberikan perbedaan antara barisan aritmetika dan deret aritmetika sehingga dapat menentukan rumus yang tepat dalam menyelesaikan soal, kemudian subjek WA mengkomunikasikan apa yang dipikirkan dan diimajinasikan dalam menentukan prosedur

yang tepat. Hal ini sependapat dengan Syafri (2016) bahwa dikatakan berada pada tahap proses apabila menjadikan proses kognitif yang menggabungkan imajinasi yang berkaitan dengan transformasi objek secara mental atau fisik. Sedangkan subjek IN mengalami kesalahan pada penggunaan rumus. Hal ini terjadi karena subjek IN belum mampu memberikan contoh dan bukan contoh dari barisan aritmetika, selain itu subjek IN masih belum mampu membandingkan kedua soal sehingga subjek IN tidak dapat menentukan ruus sesuai prosedur subjek hanya mampu memberikan perbedaan barisan dan deret aritmetika.

Pada tahap ini subjek IN hanya mampu mengenali beberapa syarat yang dapat memberikan ketentuan suatu konsep yakni mencari nilai n yang belum diketahui pada soal kedua sebelum menerapkannya ke pemecahan masalah. Artinya pemahaman subjek IN pada tahap ini masih kurang terkait konsep barisan dan deret aritmetika. Hal ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Winarsih & Mampouw (2019) menemukan bahwa siswa dengan kemampuan matematika rendah hanya mampu pada tahap aksi, sedangkan pada tahap proses mengalami kesulitan sehingga tidak dapat mengkonstruksi suatu objek.

Pada tahap objek, subjek WA dapat menentukan nilai suku ke- n dengan langkah penyelesaian yang sesuai dengan sifat - sifat konsep barisan dan deret aritmetika dengan menggunakan operasi perkalian, pertambahan, pengurangan, pembagian dan sifat substitusi dalam menentukan suku ke- n . Berdasarkan hal tersebut subjek mampu mengaitkan unsur-unsur barisan aritmetika dalam menentukan nilai suku ke- n dengan mengklasifikasikan sifat-sifat sesuai objek. Hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Ratu (2018), yang menyatakan bahwa seseorang mempunyai pemahaman terhadap objek suatu konsep matematika apabila dapat menjelaskan sifat-sifat objek tersebut. Sedangkan subjek IN mengalami kesalahan dalam melakukan operasi perkalian dan penjumlahan pada langkah penyelesaian. Juga ditemui kesalahan dalam penggunaan rumus U_n dan S_n dalam menyelesaikan soal. Dapat dikatakan bahwa subjek belum memahami konsep barisan dan deret aritmetika. Hal ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan Upara, Mastuti, & Juhaevah (2024), yang menemukan bahwa siswa dengan kemampuan koneksi matematis rendah tidak mampu mengerjakan soal dengan menggunakan langkah-langkah yang menunjukkan hubungan antara masalah dan prosedur matematika.

Hasil dari tahap aksi, proses, dan objek kemudian diorganisir menjadi skema. Pada tahap ini subek WA membuat kesimpulan dan tidak terjadi kesalahan. Hal ini sejalan dengan penelitian Sopamena dkk. (2021), dimana tahap akhir prosesnya adalah menarik kesimpulan dan melakukan refleksi. Artinya subjek WA mampu mengubah suatu bentuk representasi

kebentuk yang lain yakni mengubah nilai yang ditemukan menjadi kalimat pernyataan. Sedangkan subjek IN pada tahap ini belum mampu membuat suatu kesimpulan dengan benar terjadi kesalahan pada proses penyelesaian dimana penggunaan rumus yang salah selain itu pada operasi perkalian terjadi kesalahan sehingga representasi yang dibuat kurang tepat dalam memaknainya. Artinya pada tahap ini subjek IN belum maksimal dalam memberikan kesimpulan. Hal ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Ngandas dkk. (2019), menyatakan bahwa pada tahap skema banyak siswa melakukan kesalahan yakni tidak memahami maksud pertanyaan, kurang menguasai materi yang diajarkan, kurang teliti dalam melakukan pengoperasian.

SIMPULAN DAN SARAN

Dua siswa memenuhi setiap tahapan APOS yaitu aksi, proses, objek, dan skema. Pada tahap aksi siswa mampu mendefinisikan konsep, mengenal berbagai macam interpretasi, dan menyajikan konsep dalam bentuk model matematika dan simbol. Pada tahap proses kedua siswa tersebut dapat memberikan contoh dan bukan contoh, membandingkan konsep barisan dan deret aritmatika dan dapat mengenal syarat tertentu. Pada tahap objek kedua siswa dapat mengidentifikasi sifat - sifat sesuai konsep dan melakukan prosedur sesuai sifat-sifat barisan dan deret aritmatika dan tidak terdapat kesalahan. Pada tahap skema kedua siswa mampu mengubah suatu bentuk representasi ke bentuk yang lain yakni mengubah nilai yang didapatkan menjadi pernyataan matematika kemudian menarik kesimpulan. Satu siswa lainnya hanya mampu memenuhi tahap aksi saja. Siswa tersebut belum mampu memenuhi tahapan proses, objek, dan skema. Siswa tersebut hanya memahami definisi konsep secara verbal saja dan belum memahami makna dari konsep. Penelitian ini mengamati setiap tahapan APOS dalam pemecahan masalah pada sekelompok kecil siswa. Penelitian berikutnya diharapkan dapat membahas tahapan APOS pada kelompok siswa yang lebih meluas sehingga dapat diperoleh sebuah kesimpulan yang akan bermanfaat bagi guru dalam proses pembelajaran.

DAFTAR RUJUKAN

- Af-idah, N. Z., & Suhendar, U. (2020). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa Berdasarkan Teori APOS saat Diterapkan Program Belajar dari Rumah. *Jurnal Edupedia*, 4(2), 103–112.
- Afgani, M. W., Suryadi, D., & Dahlan, J. A. (2017). Analysis of Undergraduate Students' Mathematical Understanding Ability of the Limit of Function Based on APOS Theory Perspective. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1).

- Apiati, V., & Hermanto, R. (2020). Kemampuan Berpikir Kritis Peserta Didik dalam Memecahkan Masalah Matematik Berdasarkan Gaya Belajar. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 167–178. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v9i1.630>
- Dinnullah, R. N. I. (2021). Analisis Pemahaman Konsep Berdasarkan Tahapan Apos Peserta Didik Pada Sistem Persamaan Linear Dua Variabel. *Rainstek Jurnal Terapan Sains Dan Teknologi*, 3(4), 282–299. <https://doi.org/10.21067/jtst.v3i4.6335>
- Hartati, S. J. (2014). Design of Learning Model of Logic and Algorithms Based on APOS Theory. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 3(2), 109 – 118.
- Hsiao, H. S., Lin, C. Y., Chen, J. C., & Peng, Y. F. (2018). The influence of a mathematics problem-solving training system on first-year middle school students. *Eurasia Journal of Mathematics V*, 14(1), 77–93. <https://doi.org/10.12973/ejmste/77902>
- Jazby, D., & Widjaja, W. (2019). Teacher Noticing of Primary Students ' Mathematical Reasoning in a Problem-solving Task. *Mathematics Education Research: Impacting Practice (Pro Ceedings of the 42nd Annual Conference of Mathematics Ecudation Reseach Group of Australasia)*, 2004(380–387).
- Khairani, N. (2016). Pembelajaran Matematika Menggunakan Teori APOS di Perguruan Tinggi. *PARADIKMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2).
- Lerebulan, E., & Ratuanik, M. (2023). Mathematical Concepts Ability in Spldv Material Based on Apos Theory Stages Viewed From Learning Styles. *Jurnal Eduscience*, 10(1), 251–263. <https://doi.org/10.36987/jes.v10i1.3796>
- Miles, M., & Huberman, A. (1984). *Qualititative Data Analysis: A Sourcebook of New Methods*. Beverly Hills.
- Mudrikah, A., & Hakim, L. L. (2016). *Problem-Based Learning Associated by Action Process Object Schema Theory in Mathematics Instruction*. 367–374.
- Ngandas, S. A., Ferdiani, R. D., & Fayeldi, T. (2019). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa SMP Kelas VIII Berdasarkan Teori APOS. *Semnas SENASTEK Unikama*, 2.
- Ningrum, D. P. N., Usodo, B., & Subanti, S. (2021). Students ' Mathematic al Conceptual Understanding: What Happens to Proficient Students? *International Conference of Mathematics and Mathematics Education*, 020017(October). <https://doi.org/10.1063/5.0116651>
- Nurani, M., Riyadi, R., & Subanti, S. (2021). Profil Pemahaman Konsep Matematika Ditinjau Dari Self Efficacy. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(1), 284–292.
- Ompusunggu, V. D. K. (2014). Peningkatan Kemampuan Pemahaman Matematik dan Sikap Positif Terhadap Matematika Siswa SMP Nasrani 2 Medan melalui Pendekatan Problem Posing. *Jurnal Saintech*, 6(4), 93 – 105.
- Özreçberoğlu, N., & Çağanağa, Ç. K. (2018). Making it count: Strategies for improving problem solving skills in mathematics for students and teachers' classroom management. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 4, 1253–1261. <https://doi.org/10.29333/ejmste/82536>

- Rahmah, K., Inganah, S., Darmayanti, R., Sugianto, R., Choirudin, & Ningsih, E. F. (2022). Analysis of Mathematics Problem Solving Ability of Junior High School Students Based on APOS Theory Viewed from the Type of Kolb Learning Style. *Indonesia Mathematics Education*, 5(2), 109–122. <https://doi.org/10.30738/indomath.v5i2.25>
- Ratu, N. (2018). Deskripsi Kemampuan pemahaman konsep eksponen berbasis teori APOS pada siswa SMA Theresiana Salatiga. *MAJU: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 5(1).
- Samosir, C. M., Dahlan, J. A., Herman, T., & Prabawanto, S. (2023). Exploring Students' Mathematical Understanding according to Skemp's Theory in Solving Statistical Problems. *Jurnal Didaktik Matematika*, 10(2), 219–236. <https://doi.org/10.24815/jdm.v10i2.32598>
- Sopamena, P., Kaliky, S., Schuwaky, N., Kasliyanto, K., & Juhaevah, F. (2021). Student Thinking Process In Solving Mathematical Problems Based On Apos. *Matematika Dan Pembelajaran*, 9(2), 31–46.
- Spooner, F., Saunders, A., Root, J., & Brosh, C. (2017). Promoting access to common core mathematics for students with severe disabilities through mathematical problem solving. *Research and Practice for Persons with Severe Disabilities*, 42(3), 171–186. <https://doi.org/10.1177/1540796917697119>
- Syafri, F. S. (2016). Pemahaman Matematika dalam Kajian Teori APOS (Action, Process, Object, Scheme). *At-Ta'lim*, 15(2), 458 – 477.
- Syaiful. (2014). Student comprehension about line and row from APOS Theory point of view. *International Seminar on Innovation in Mathematics and Mathematics Education 1st ISIM-MED 2014*, 563–570.
- Syamsuri, S., & Santosa, C. A. (2021). Thinking Structure of Students' Understanding of Probability Concept in Term of Apos Theory. *MaPan*, 9(1), 119. <https://doi.org/10.24252/mapan.2021v9n1a8>
- Tilawah, H., Lestari, N. D. S., Pambudi, D. S., Susanto, & Suwito, A. (2024). Pseudo-Construction Errors in Solving Number Pattern Problems Based on APOS Theory. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 15(1), 34–52.
- Upura, N., Gelora Mastuti, A., & Juhaevah, F. (2024). Kemampuan Koneksi Matematis Siswa Berdasarkan Literasi Numerasi dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Matematika (JMLI)*, 3(1), 70 – 89.
- Vebianti, F. M., Sunardi, Suwito, A., Trapsilasiwi, D., & Oktavianingtyas, E. (2022). Analysis of Geometry Problem Solving Based on APOS Theory for Class IX Students. *Universitas Wisnuwardhana Malang Journal of Education and Learning Mathematics Research (JELMaR)*, 3(1), 33.
- Winarsih, M., & Mampouw, H. L. (2019). Profil Pemahaman Himpunan Oleh Siswa Berdasarkan Perbedaan Kemampuan Matematika Ditinjau Dari Teori APOS. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 8(2), 249 – 260.
- Xiang, Z. A., & Pereira, J. (2024). Mathematical Concept Teaching Design based on APOS Theory in the Context of Mathematical History: A Plane Rectangular Coordinate System as an Example. *Journal Of Teaching And Learning In Elementary Education*, 7(2), 172–179.