

Algebraic Thinking and Algebraic Reasoning in School Mathematics: A Systematic Literature Review Based on the Pirie–Kieren Theory

Rida Larasanti^{1*}, Siswanto², Rubono Setiawan³

^{1,2,3} Mathematics Education, Universitas Sebelas Maret, Jawa Tengah, Indonesia

*Corresponding Author: ridalarasanti@student.uns.ac.id

ARTICLE INFO

Article history:

Received 6 Mar 2026

Revised 7 May 2026

Accepted 11 May 2026

Keywords:

Pirie–Kieren theory;
Algebraic reasoning;
Mathematical thinking;
Education

ABSTRACT

Algebraic thinking and algebraic reasoning are essential competencies in mathematics education; however, students often demonstrate procedural abilities without sufficient conceptual understanding. This study aims to synthesize empirical research on algebraic thinking and algebraic reasoning through the perspective of the Pirie–Kieren theory of conceptual understanding. A *Systematic Literature Review* (SLR) was conducted using PRISMA guidelines, including identification, screening, eligibility, and inclusion stages. Articles were collected from Google Scholar and Scopus databases using the keywords “algebraic thinking AND algebraic reasoning” and “layers of conceptual understanding in the Pirie–Kieren theory” for publications from 2018 to 2026. From 400 initial articles, 32 empirical studies met the inclusion criteria and were analyzed thematically. The findings indicate that algebraic thinking tended to develop within the early to intermediate layers of understanding, particularly *Primitive Knowing*, *Image Making*, *Image Having*, and *Property Noticing*. In contrast, algebraic reasoning was more frequently associated with higher layers, especially *Formalizing*, *Observing*, and *Structuring*. Students’ difficulties, including errors in symbolization, limited generalization, and weak justification, frequently reflected transitions between conceptual layers and involved *folding back* processes. These findings imply that algebra instruction should support conceptual growth through activities emphasizing generalization, justification, reflection, and *folding back*.

© 2026 The Author(s)

Published by JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)

This is an open-access article under CC BY-SA license

(<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>)

How to cite:

Larasanti, R., Siswanto., & Setiawan, R. (2026). Algebraic Thinking and Algebraic Reasoning in School Mathematics: A Systematic Literature Review based on The Pirie-Kieren Theory. *JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)*, 11(1), 15-37.

PENDAHULUAN

Matematika merupakan mata pelajaran penting dalam pendidikan karena berperan dalam mengembangkan kemampuan berpikir logis, sistematis, dan kritis pada siswa

(Deviana & Prihatnani, 2018). Matematika tidak hanya berfungsi sebagai alat akademik, tetapi juga sebagai sarana berpikir yang esensial dalam kehidupan sehari-hari (Acharya, 2017). Oleh karena itu, keberhasilan pembelajaran matematika tidak hanya diukur dari kemampuan siswa menyelesaikan soal secara prosedural, melainkan dari sejauh mana siswa memahami konsep-konsep matematika secara bermakna (Donuata & Pratama, 2021).

Salah satu materi fundamental dalam matematika yang menjadi dasar bagi penguasaan konsep-konsep lanjut adalah aljabar (Muliawati, 2020). Aljabar adalah sebuah awal dari perjalanan yang memberikan keterampilan untuk pemecahan masalah yang lebih kompleks, kemampuan pemahamannya merupakan komponen yang penting dalam proses pembelajaran matematika (Thoyyibah & Susanti, 2024). Aljabar berperan sebagai pondasi yang membekali siswa dengan kemampuan merepresentasikan hubungan matematis, melakukan generalisasi, serta memecahkan masalah yang lebih kompleks (Yusrina, 2019). Dengan demikian, penguasaan konsep aljabar yang baik menjadi prasyarat penting bagi perkembangan pemahaman matematika siswa secara menyeluruh. Namun, berbagai penelitian menunjukkan bahwa siswa sering kali mengalami kesulitan dalam pembelajaran aljabar karena lemahnya pemahaman konsep dasar, bukan semata-mata karena ketidakmampuan melakukan prosedur simbolik (Azahra & Masriyah, 2022).

Kesulitan siswa dalam aljabar tidak dapat dilepaskan dari bagaimana pemahaman konsep matematika mereka berkembang (Adelia & Rosyidi, 2025). Menurut Musyrifah et al., (2023) pemahaman konsep matematika merupakan proses internal yang kompleks, dinamis, dan tidak selalu berkembang secara linier. Fadilah et al., (2024) menegaskan bahwa pemahaman konsep melibatkan keterkaitan ide-ide matematis yang terorganisasi secara koheren. Selaras dengan pandangan tersebut, (Kilpatrick, 2020; Wilkerson et al., 2018) menempatkan pemahaman konseptual sebagai salah satu komponen utama kecakapan matematis yang harus dikembangkan secara berkelanjutan.

Salah satu teori yang secara khusus menjelaskan pertumbuhan pemahaman konsep matematika adalah Teori Pirie Kieren. Menurut Pirie & Kieren, (1994) pemahaman matematika sebagai proses pertumbuhan (*growth in understanding*) yang bersifat dinamis, berlapis, dan rekursif. Teori ini mengemukakan delapan lapisan pemahaman, yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalizing*, *observing*, *structuring*, dan *inventing*. Setiap lapisan merepresentasikan kualitas pemahaman yang berbeda dan saling berkaitan, bukan tahapan yang harus dilalui secara kaku dan berurutan.

Keunikan utama teori Pirie–Kieren terletak pada konsep *folding back*, yaitu proses

ketika siswa kembali ke lapisan pemahaman sebelumnya untuk memperkuat atau merekonstruksi pemahaman yang sedang dibangun (Sa'adah et al., 2020). Proses ini menunjukkan bahwa kebingungan, kesalahan, atau keraguan siswa bukan merupakan kegagalan belajar, melainkan bagian penting dari pertumbuhan pemahaman konsep matematika (Pirie & Kieren, 1994). Dengan demikian, teori ini sangat relevan untuk menganalisis pembelajaran aljabar yang menuntut pemahaman simbol, struktur, dan relasi antar konsep.

Dalam konteks aljabar, kemampuan berpikir aljabar dan bernalar aljabar sering dijadikan indikator keberhasilan pembelajaran. Berpikir aljabar mencakup kemampuan merepresentasikan, memanipulasi, dan menggeneralisasi hubungan matematis menggunakan simbol aljabar (Adelia & Rosyidi, 2025; Musyrifah et al., 2023). Sementara itu, bernalar aljabar berkaitan dengan kemampuan menyusun argumen logis, membuat dugaan, menguji kebenaran, serta memberikan justifikasi matematis (Obara, 2019; Zahro et al., 2024). Meskipun berbeda secara konseptual, kedua kemampuan ini pada hakikatnya merefleksikan kualitas pemahaman konsep aljabar yang dimiliki siswa (Humaidi, 2021).

Sejumlah penelitian menunjukkan bahwa siswa sering kali mampu melakukan manipulasi simbol aljabar, tetapi belum memahami makna konsep yang mendasarinya (Donuata & Pratama, 2021). Hal ini mengindikasikan bahwa siswa mungkin telah mencapai lapisan *formalizing*, tetapi belum sampai pada lapisan *structuring* atau *inventing* dalam kerangka Pirie–Kieren (Donuata & Pratama, 2021; Sagala, 2017). Dengan kata lain, berpikir dan bernalar aljabar tidak dapat dilepaskan dari lapisan pemahaman konsep yang mendasarinya. Lemahnya pemahaman konsep dasar akan berdampak langsung pada rendahnya kualitas berpikir dan bernalar aljabar siswa (Maass et al., 2019; Sari et al., 2020).

Penelitian-penelitian terdahulu juga menunjukkan bahwa sebagian besar siswa berhenti pada lapisan *image having* atau *property noticing*, sehingga kesulitan ketika harus mengaitkan beberapa konsep atau menyelesaikan masalah non-rutin yang menuntut penalaran tingkat tinggi (Muliawati, 2020; Nurussofa & Santosa, 2024). Kondisi ini diperparah oleh faktor-faktor seperti gaya kognitif, kompleksitas simbol aljabar, serta keterbatasan pengalaman siswa dalam menggunakan berbagai representasi matematis (Azahra & Masriyah, 2022; Indraswari & Zakiyah, 2020b).

Meskipun terdapat banyak penelitian yang membahas berpikir dan bernalar aljabar, sebagian besar kajian masih menempatkan kedua kemampuan tersebut sebagai konstruk yang berdiri sendiri, tanpa mengaitkannya secara eksplisit dengan teori pertumbuhan

pemahaman konsep. Selain itu, belum banyak kajian literatur sistematis yang memetakan bagaimana berpikir dan bernalar aljabar dianalisis berdasarkan teori lapisan pemahaman konsep, khususnya teori Pirie–Kieren, baik dari segi definisi, indikator, konteks materi aljabar, maupun kesulitan belajar siswa.

Oleh karena itu, kajian literatur sistematis ini penting dilakukan untuk memetakan secara komprehensif penelitian-penelitian terkait berpikir dan bernalar aljabar dengan menempatkan teori lapisan pemahaman konsep sebagai landasan utama analisis.

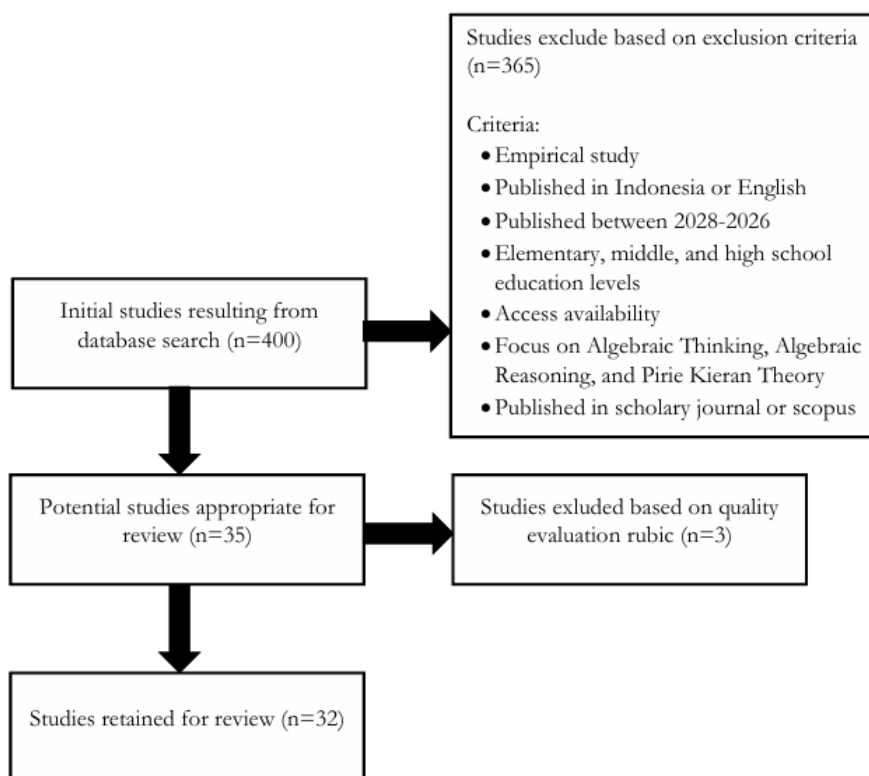
METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode *Systematic Literature Review* (SLR) untuk mensintesis secara sistematis hasil penelitian mengenai berpikir aljabar dan bernalar aljabar dalam pembelajaran matematika dengan menggunakan teori lapisan pemahaman konsep Pirie–Kieren sebagai kerangka analisis. Tinjauan literatur sistematis ini disusun mengikuti pedoman PRISMA (*Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses*), yang mencakup empat tahapan utama: identifikasi, penyaringan, penilaian kelayakan, dan inklusi studi seperti pada Gambar 1.

Sumber data berupa artikel ilmiah yang diperoleh dari basis data Google Scholar dan Scopus dengan bantuan perangkat lunak *Publish or Perish*. Kata kunci yang digunakan adalah “*Algebraic Thinking AND Algebraic Reasoning*”, dan “*Layers of conceptual understanding in the Pirie–Kieren theory*”. Pencarian dibatasi pada artikel yang diterbitkan pada tahun 2018–2026. Dari hasil pencarian awal diperoleh 400 artikel. Selanjutnya dilakukan proses seleksi melalui beberapa tahap, yaitu penyaringan berdasarkan judul dan abstrak, penghapusan artikel duplikat, serta penelaahan isi artikel secara penuh. Artikel yang tidak relevan, tidak memuat data empiris, atau tidak terindeks dalam basis data SINTA atau Scopus dieliminasi

Proses seleksi dilakukan secara bertahap dengan menerapkan kriteria inklusi dan eksklusi. Kriteria inklusi dalam penelitian ini meliputi: (1) artikel penelitian empiris yang memuat data hasil penelitian secara langsung, baik penelitian kualitatif, kuantitatif, *mixed methods*, *quasi eksperimen*, eksperimen, studi kasus, maupun *research and development* (R&D); (2) artikel yang diterbitkan dalam jurnal terindeks SINTA atau Scopus; (3) artikel berbahasa Indonesia dan bahasa Inggris; (4) artikel yang membahas kemampuan berpikir aljabar, bernalar aljabar, atau pemahaman konsep aljabar berdasarkan teori Pirie–Kieren; (5) subjek penelitian pada jenjang pendidikan SD, SMP, SMA, dan perguruan tinggi; serta (6) artikel yang berasal dari konteks nasional maupun internasional.

Adapun kriteria eksklusi meliputi artikel yang tidak dapat diakses secara penuh, artikel yang tidak relevan dengan fokus penelitian, artikel nonempiris seperti opini atau konseptual murni, serta artikel *Systematic Literature Review* (SLR). Artikel SLR dikeluarkan untuk menghindari duplikasi data dan menjaga agar sintesis penelitian hanya menggunakan penelitian primer (*primary empirical studies*), sehingga hasil analisis lebih objektif dan tidak terjadi pengulangan temuan penelitian yang sama.



Gambar 1. Alur memilih artikel

Sebanyak 10 artikel dihapus karena duplikasi, 48 artikel dieliminasi karena tidak terindeks SINTA atau Scopus, dan 19 artikel dikeluarkan karena merupakan penelitian jenis SLR. Selanjutnya, seleksi berdasarkan judul dan abstrak menyebabkan 213 artikel tidak relevan sehingga dieliminasi, serta 78 artikel tidak dapat diakses secara penuh. Setelah melalui seluruh tahapan seleksi, diperoleh 32 artikel yang memenuhi kriteria inklusi dan dianalisis lebih lanjut. Analisis data dilakukan dengan teknik analisis tematik, yaitu mengelompokkan temuan penelitian berdasarkan indikator berpikir aljabar, bernalar aljabar, bidang materi aljabar yang dikaji, serta kesulitan belajar siswa yang ditinjau melalui lapisan pemahaman konsep dalam teori Pirie–Kieren. Dari jumlah tersebut, 9 artikel terindeks Scopus dan 23 artikel terindeks SINTA yang dipilih dalam penelitian ini.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penilaian menunjukkan bahwa dari 35 artikel yang ditelaah, 32 artikel dinyatakan layak untuk dianalisis lebih lanjut, sedangkan 3 artikel dieliminasi karena tidak memenuhi standar kualitas atau relevansi, seperti ketidakjelasan tujuan, metode yang lemah, atau tidak adanya unsur drill and practice yang eksplisit. Artikel yang terinklusi menunjukkan bahwa artikel dapat menjawab rumusan masalah. Tabel 1 berikut ini merupakan hasil dari penilaian kelayakan.

Tabel 1. Daftar Artikel

No	Judul Penelitian	I	II	III	IV	V	VI	VII	Total Skor
1	Investigasi Kemampuan Berpikir Aljabar Peserta Didik dalam Pemecahan Masalah Matematika	4	3	3	3	3	3	3	22
2	Penalaran Aljabar Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linear Berdasarkan Gaya Belajar Kognitif	4	3	3	3	4	3	4	24
3	Meningkatkan Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa dengan Pendekatan Realistic Mathematics Education (RME)	4	3	3	3	3	3	3	22
4	Analisis Kemampuan Penalaran Aljabar Siswa dengan Model Pembelajaran Masalah (PBL) dalam Menyelesaikan Masalah Matematika	4	3	3	3	3	3	3	22
5	Berpikir Aljabar Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar Ditinjau dari Gaya Belajar Visual, Auditori, dan Kinestetik	3	3	3	3	3	3	3	21
6	Analisis Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)	4	3	3	3	3	3	3	22
7	Pengembangan Buku Teks Matematika Berbasis Investigasi untuk Meningkatkan Penalaran Aljabar	3	3	3	3	3	3	3	21
8	Identifikasi Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Relasi Rekursif Menggunakan Alat Peraga Menara Hanoi Ditinjau dari Gaya Belajar	4	3	4	4	3	3	3	24
9	Profil Berpikir Aljabar Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Pola Bilangan	4	4	3	3	3	3	3	23
10	Pelevelan Penalaran Aljabar Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Berbasis Taksonomi SOLO	4	4	4	3	3	3	3	24
11	Analisis Keterampilan Berpikir Aljabar Siswa Kelas VIII MTs	4	3	3	3	4	3	3	23
12	Peningkatan Kemampuan Penalaran Aljabar Siswa Melalui Problem Based Learning dan Konvensional Pada Siswa Madrasah Tsanawiah	4	4	3	3	3	3	3	23
13	Pre-service Teachers Exploring the Role of Pattern-based Reasoning in the Context of Algebraic Thinking	4	4	4	3	3	3	4	25
14	The Impact of Mental Computation on Children's Mathematical Communication, Problem Solving, Reasoning, and Algebraic Thinking	4	4	4	4	3	3	4	26

No	Judul Penelitian	I	II	III	IV	V	VI	VII	Total Skor
15	Algebraic and Fractional Thinking in Collective Mathematical Reasoning	4	3	4	3	3	3	4	24
16	Students Algebraic Thinking Processes in Mathematics Problem Solving at Low Mathematic Ability Student Based on Quantitative Reasoning Ability	4	4	4	4	3	3	4	26
17	Students' Mathematical Reasoning Ability in Solving TIMSS Cognitive Domain on Algebraic Based on Students' Thinking Style	4	4	4	3	3	3	3	24
18	The Developmental Progression of Early Algebraic Thinking of Elementary School Students	4	4	3	3	3	3	3	23
19	Coordinating visual and algebraic reasoning with quadratic functions	4	4	4	3	3	3	3	24
20	Seeds of Algebraic Thinking: a Knowledge in Pieces Perspective on the Development of Algebraic Thinking	4	3	3	3	3	3	3	22
21	Algebraic reasoning in years 5 and 6: classifying its emergence and progression using reverse fraction tasks	4	3	3	3	4	3	4	24
22	Profil Berpikir Aljabar Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Kontekstual Ditinjau dari Kemampuan Matematika	3	3	3	3	3	3	3	21
23	Conceptual Understanding of Students with Special Needs in Two-dimensional Shapes Based on Pirie Kieren's Theory	4	3	4	4	3	3	3	24
24	Lapisan Pemahaman dan Folding Back Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Adversity Quotient	4	4	3	3	3	3	3	23
25	Profil Lapisan Pemahaman Konsep Barisan Dan Deret Berdasarkan Teori Piere Kieren	4	4	4	3	3	3	3	24
26	Karakteristik Kemampuan Menyajikan Konsep Dalam Berbagai Bentuk Representasi Matematis Pada Siswa SMP Berdasarkan Teori Pirie dan Kieren	4	3	3	3	4	3	3	23
27	Analisis Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Sekolah Dasar Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Menerapkan Teori Pirie Kieren	4	4	3	3	3	3	3	23
28	Lapisan Pemahaman Konsep Mahasiswa Calon Guru Matematika Dalam Menyelesaikan Soal Logaritma	4	4	4	3	3	3	4	25
29	Lapisan Pemahaman Mahasiswa Calon Guru Matematika Dengan Tipe Middle Ability Dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Grup Berdasarkan Teori Pirie-Kieren	4	4	4	4	3	3	4	26
30	Pemahaman Konsep Bentuk Aljabar Siswa SMP Berdasarkan Teori Pirie-Kieren Ditinjau dari Jenis Kelamin,	4	3	4	4	3	3	3	24
31	Analisis Pemahaman dan Folding Back Siswa Menurut Teori Pirie Kieren pada Konsep Deret Aritmetika	3	3	3	3	3	3	3	21
32	Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Perbandingan Berdasarkan Teori Pirie-Kieren	4	3	4	3	3	3	4	24

Keterangan kolom:

Dengan kriteria rubrik:

- I. Maksud dan Tujuan
- II. Tinjauan Literatur
- III. Kerangka Teori
- IV. Peserta/Sampel
- V. Metode
- VI. Hasil dan Kesimpulan
- VII. Signifikansi

Kriteria penilaian kualitas menggunakan skala 1 hingga 4, dengan ketentuan sebagai berikut:

skala 1 menunjukkan bahwa aspek yang dinilai tidak memenuhi standar

skala 2 menunjukkan bahwa aspek yang dinilai hampir memenuhi standar

skala 3 menunjukkan bahwa aspek yang dinilai memenuhi standar

skala 4 menunjukkan bahwa aspek yang dinilai melebihi standar

Evaluasi dilakukan berdasarkan tujuh kriteria (I–VII) yang tercantum dalam rubrik penilaian kualitas, dengan rentang skala 1 hingga 4. Artikel dinyatakan layak apabila memperoleh skor ≥ 15 dan semua artikel dapat dikatakan layak karena memperoleh total skor ≥ 15 . Adapun penjelasan lebih lanjut terkait hasil pada artikel masing-masing di sajikan pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Perbedaan Teoritis antara Berpikir Aljabar dan Bernalar Aljabar beserta Perbedaan Indikatornya

Penulis	Subjek dan Metode Penelitian	Temuan
(Thoyyibah & Susanti, 2024)	Subjek: 3 siswa SMP Plus Darussalam Lawang dengan kemampuan matematika tinggi, sedang, rendah Metode Penelitian: Jenis penelitian deskriptif kualitatif dengan instrumen penelitian soal cerita materi aljabar dan pedoman wawancara	Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar mencakup penalaran sebagai bagian dari proses eksplorasi dan pemodelan. Bernalar aljabar tidak dijelaskan secara eksplisit sebagai istilah mandiri. Perbedaan Indikator: Berpikir: 1. Generasional (membuat model matematika). 2. Transformasi (operasi aljabar). 3. Level Meta Global (kesimpulan). Bernalar: Tidak disebutkan eksplisit, tetapi logika simbolik dan inferensi digunakan dalam transformasi.
(Zahro et al., 2024)	Subjek: 3 orang siswa kelas VIII SMP Negeri 5 Sidoarjo. Metode Penelitian: Jenis penelitian deskriptif kualitatif dengan instrumen: Angket Tes Gaya Kognitif (TGK), Tes Kemampuan Matematika (TKM), Tes Penalaran Matematika (TPM), Pedoman wawancara	Perbedaan Teoritis: Bernalar aljabar fokus pada generalisasi dan ekspresi formal gagasan matematis. Berpikir aljabar mencakup pemahaman, pemecahan masalah, dan representasi. Perbedaan Indikator: Berpikir: Tidak dirinci. Bernalar: 1. <i>Specializing</i> (memahami masalah). 2. <i>Conjecturing</i> (rencana). 3. <i>Generalizing</i> (model matematika). 4. <i>Justifying</i> (kesimpulan).

Penulis	Subjek dan Metode Penelitian	Temuan
(Musyrifah et al., 2023)	<p>Subjek: 60 siswa kelas X IPA SMA Negeri 6 Depok.</p> <p>Metode Penelitian: Kuasi eksperimen (<i>quasi-experimental</i>) dengan instrumen tes uraian (8 butir soal), wawancara, studi dokumentasi</p>	<p>Perbedaan Teoristis: Tidak dijelaskan secara langsung. Fokus pada berpikir aljabar dengan pendekatan RME.</p> <p>Perbedaan Indikator: Berpikir: 1. Simbol dalam pemodelan. 2. Pembuktian persamaan. 3. Generalisasi pola. 4. Prediksi. Bernalar: Tidak dijelaskan.</p>
(Nissa & Mahmudi, 2022)	<p>Subjek: 3 siswa kelas VII SMP N 2 Ambarawa (dari 27 siswa).</p> <p>Metode Penelitian: Kualitatif deskriptif dengan instrumen tes, observasi, dokumentasi</p>	<p>Perbedaan Teoristis: Fokus pada penalaran aljabar sebagai kemampuan menghubungkan ekspresi matematis. Berpikir aljabar tidak dijelaskan.</p> <p>Perbedaan Indikator: Berpikir: Tidak dijabarkan. Bernalar: 1. Menemukan pola. 2. Pengenalan pola. 3. Generalisasi pola.</p>
(Azahra & Masriyah, 2022)	<p>Subjek: 3 siswa perempuan kelas VIII dengan gaya belajar berbeda (visual, auditori, kinestetik) dan kemampuan matematika menengah.</p> <p>Metode Penelitian: Kualitatif deskriptif dengan instrumen angket gaya belajar, soal tes proses berpikir aljabar, pedoman wawancara</p>	<p>Perbedaan Teoristis: Artikel hanya membahas berpikir aljabar. Bernalar aljabar tidak dijelaskan.</p> <p>Perbedaan Indikator: Berpikir: 1. Generalisasi. 2. Abstraksi. 3. Berpikir dinamis. 4. Pemodelan. 5. Berpikir analitis. 6. Organisasi. Bernalar: Tidak disebutkan.</p>
(Munthe & Hakim, 2022)	<p>Subjek: 6 siswa kelas IX SMP di Karawang (dikelompokkan menjadi tinggi, sedang, rendah).</p> <p>Metode Penelitian: Kualitatif deskriptif dengan instrumen tes uraian 3 soal SPLDV dan wawancara</p>	<p>Perbedaan Teoristis: Berpikir aljabar mencakup konseptual dan representasional. Bernalar aljabar lebih ke logika dan inferensi dalam simbolisme.</p> <p>Perbedaan Indikator: Berpikir: Generalisasi, Abstraksi, Berpikir Analitis, Dinamis, Pemodelan, Organisasi. Bernalar: Tidak disebutkan eksplisit.</p>
(Basir & Aminudin, 2020)	<p>Subjek: Siswa yang menggunakan buku teks matematika berbasis investigasi (tidak disebutkan jumlah secara eksplisit).</p> <p>Metode Penelitian: Penelitian Pengembangan (Research and Development - model Four-D modifikasi) dengan instrumen lembar validasi, angket respon siswa dan guru, serta tes kemampuan penalaran aljabar</p>	<p>Perbedaan Teoristis: Berpikir aljabar fokus pada generalisasi simbolik dan representasi. Bernalar aljabar menekankan argumentasi dan konklusi logis.</p> <p>Perbedaan Indikator: Berpikir: Menemukan pola, berpikir abstrak, membangun aturan fungsi, inovasi. Bernalar: <i>Doing/undoing</i>, abstraksi dari komputasi, membangun aturan fungsi.</p>
(Indraswari & Zakiyah, 2020a)	<p>Subjek: 3 mahasiswa semester 6 prodi pendidikan matematika STKIP PGRI Sumenep dengan gaya belajar visual, auditori, dan</p>	<p>Perbedaan Teoristis: Fokus pada penalaran aljabar sebagai proses berpikir berbasis simbol dan generalisasi. Berpikir aljabar tidak dijelaskan.</p>

Penulis	Subjek dan Metode Penelitian	Temuan
(Sari et al., 2020)	kinestetik. Metode Penelitian: Deskriptif eksploratif dengan pendekatan kualitatif dengan instrumen angket gaya belajar, tes kemampuan matematika, tugas pemecahan masalah, wawancara berbasis tugas Subjek: 3 siswa kelas 8B SMP Lab School Unesa: satu siswa tiap kategori kemampuan matematika (tinggi, sedang, rendah).	Perbedaan Indikator: Berpikir: Tidak disebutkan. Bernalar: 1. Memahami masalah. 2. Generalisasi. 3. Bentuk umum. 4. Penyelesaian masalah.
(Authary, 2019)	Metode Penelitian: Deskriptif kualitatif dengan instrumen Tes Kemampuan Matematika (TKM), Tes Pemecahan Masalah (TPM), wawancara berbasis TPM Subjek: 3 siswa kelas VIII SMP di Banda Aceh dengan kemampuan tinggi, sedang, dan rendah.	Perbedaan Teoritis: Artikel hanya membahas berpikir aljabar. Bernalar aljabar tidak dijelaskan. Perbedaan Indikator: Berpikir: 1. Generalisasi. 2. Abstraksi. 3. Berpikir dinamis. 4. Berpikir analitik. 5. Organisasi. 6. Pemodelan. Bernalar: Tidak dijelaskan.
(Misbahuddin & Nur, 2019)	Metode Penelitian: Deskriptif kualitatif dengan instrumen Tes pemecahan masalah matematika, wawancara, triangulasi Subjek: 29 siswa kelas VIII MTs Ganrang Batu Jeneponto, 6 dipilih sebagai subjek wawancara.	Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar menekankan generalisasi dan eksplorasi konsep. Bernalar aljabar fokus pada proses logis (<i>specializing</i> sampai <i>justifying</i>). Perbedaan Indikator: Berpikir: Menemukan pola, generalisasi, simbol matematis. Bernalar: 1. <i>Specializing</i> . 2. <i>Conjecturing</i> . 3. <i>Generalizing</i> . 4. <i>Justifying</i> .
(Sermatan et al., 2018)	Metode Penelitian: Deskriptif kualitatif Subjek: Siswa kelas VIII MTs Negeri 1 Bau-Bau; 34 siswa kelas eksperimen (PBL) dan 30 siswa kelas kontrol (konvensional).	Perbedaan Teoritis: Bernalar aljabar tidak dibahas. Berpikir aljabar melibatkan simbol dan pemecahan masalah. Perbedaan Indikator: Berpikir: 1. Generasional (variabel dan hubungan). 2. Transformasional (operasi aljabar). 3. Level-meta global (prediksi). Bernalar: Tidak dirinci.
(Obara, 2019)	Metode Penelitian: <i>Quasi Experimental</i> (eksperimen semu) dengan desain <i>pretest-posttest group</i> dengan instrumen tes uraian (kemampuan penalaran aljabar), lembar observasi Subjek: Mahasiswa calon guru sekolah dasar (<i>preservice elementary school teachers</i>) di Texas, AS.	Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar lebih luas (representasi, analisis, prediksi). Bernalar aljabar spesifik pada pembuktian dan generalisasi. Perbedaan Indikator: Berpikir: Simbol, pola, struktur, perubahan, prediksi, pemodelan. Bernalar: Generalisasi, pembuktian, ekspresi formal, argumentasi logis.
		Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar fokus pada representasi dan struktur. Bernalar aljabar pada proses logis menghasilkan generalisasi. Perbedaan Indikator:

Penulis	Subjek dan Metode Penelitian	Temuan
(Pourdavood, 2020)	Metode Penelitian: Kualitatif dengan observasi, wawancara, transkrip video, dan karya tulis siswa Subjek: 34 siswa kelas 3 (18 laki-laki, 16 perempuan) di satu sekolah urban Midwestern AS.	Berpikir: Visualisasi relasi, representasi simbolik, pemahaman input-output. Bernalar: 1. Generalisasi dari pola. 2. Pembuktian hubungan. 3. Kesimpulan logis. 4. Penalaran induktif/deduktif. Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar fokus pada pola dan relasi. Bernalar aljabar pada argumentasi logis dan justifikasi solusi. Perbedaan Indikator: Berpikir: Mengenali pola, memecah angka, strategi distributif. Bernalar: Justifikasi solusi, mengkritisi jawaban, diskusi.
(Eriksson, 2021)	Metode Penelitian: Kualitatif, deskriptif, interpretatif (berbasis <i>inquiry</i> konstruktivis) dengan observasi kelas, catatan lapangan, komunikasi verbal dan tertulis siswa, wawancara, kuis mingguan, refleksi siswa Subjek: Siswa kelas 3, 4, dan 5 di sekolah dasar di Swedia, banyak di antaranya adalah siswa multibahasa dan pendatang baru.	Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar terkait generalisasi dan simbolisasi. Bernalar aljabar menekankan struktur dan konsep matematis. Perbedaan Indikator: Berpikir: Mengenali pola, analisis relasi, generalisasi, pemodelan. Bernalar: Studi struktur, fungsi dan relasi, pemodelan matematis.
(Sari & Fiantika, 2018)	Metode Penelitian: Kualitatif (analisis transkrip video pembelajaran kolaboratif di kelas) dengan rekaman video pembelajaran, transkrip percakapan, dan observasi proses pembelajaran Subjek: Siswa SMP Plus Rahmat Kediri dengan kemampuan matematika rendah (GF).	Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar fokus pada representasi dan simbolisasi. Bernalar aljabar pada penarikan kesimpulan kuantitatif. Perbedaan Indikator: Berpikir: Strategi pemecahan, representasi, interpretasi, generalisasi. Bernalar: Penalaran induktif/deduktif, analisis kuantitatif.
(Minggu & Talib, 2021)	Metode Penelitian: Kualitatif deskriptif dengan tes kemampuan berpikir aljabar dan wawancara Subjek: 1 siswa kelas VIII SMP (gaya berpikir sekuensial konkret).	Perbedaan Teoritis: Fokus pada penalaran aljabar dalam konteks gaya berpikir. Berpikir aljabar tidak dijelaskan. Perbedaan Indikator: Berpikir: Tidak tersedia. Bernalar: 1. Mengajukan dugaan. 2. Menyusun bukti. 3. Kesahihan argumen. 4. Generalisasi.
(Sun, 2023)	Metode Penelitian: Kualitatif Deskriptif dengan kuesioner gaya berpikir, soal uraian penalaran matematis (TIMSS), dan pedoman wawancara Subjek: 526 siswa sekolah dasar kelas 3–5 di Shanghai, Tiongkok.	Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar menekankan generalisasi dan representasi. Bernalar aljabar pada proses penalaran dan logika. Perbedaan Indikator: Berpikir: Generalisasi pola, pemahaman fungsi, simbolisasi. Bernalar:
	Metode Penelitian: Survei potong lintang (<i>cross-sectional survey</i>) kuantitatif, dilengkapi	

Penulis	Subjek dan Metode Penelitian	Temuan
(Wilkie, 2024)	dengan wawancara semi-terstruktur dengan <i>Early Algebraic Thinking Test</i> (EATT) yang terdiri dari 12 item terkait tiga strand aljabar utama: <i>Generalized Arithmetic, Functional Thinking</i> , dan <i>Quantitative Reasoning</i> Subjek: 2 pasang siswa kelas 10 (usia 15–16 tahun) di sekolah menengah Australia.	Observasi, konjektur, generalisasi, representasi, justifikasi. Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar mengarah ke ekspresi simbolik. Bernalar aljabar mencakup interaksi multimodal (visual-simbolik). Perbedaan Indikator: Berpikir: Menyusun persamaan kuadrat dari pola figural. Bernalar: Identifikasi pola, verifikasi generalisasi, transformasi visual.
(Levin, 2022)	Metode Penelitian: Kualitatif dengan 19 tugas generalisasi pola figural kuadrat, video rekaman, sampel pekerjaan siswa, observasi kelas, dan wawancara pasca tugas Subjek: Anak-anak SD, SMP, SMA (berbagai tingkat, termasuk usia 9, 12, dan 14–15 tahun).	Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar melibatkan identifikasi pola. Bernalar aljabar mencakup penerapan pola untuk pemecahan masalah. Perbedaan Indikator: Berpikir: Pola covariation, in betweenness, closing-in. Bernalar: Koordinasi "seeds" untuk representasi formal/informal.
(Pearn, 2022)	Metode Penelitian: Kualitatif dengan tugas analisis tiga vignette kasus: pemrograman robot Sphero, pemecahan soal kata aljabar, dan analisis grafik parabola oleh siswa Subjek: 470 siswa SD kelas 5–6 (usia 10–12 tahun) dari 9 sekolah di Australia dan 17 siswa untuk wawancara lanjutan.	Perbedaan Teoritis: Berpikir aljabar terkait pemahaman konsep generalisasi. Bernalar aljabar melibatkan penerapan strategi generalisasi. Perbedaan Indikator: Berpikir: Metode multiplikatif, kesetaraan, hubungan fraksional. Bernalar: Generalisasi strategi untuk fraksi/kuantitas apapun.
(Yusrina & Masriyah, 2019)	Metode Penelitian: <i>Mixed-methods</i> (kuantitatif dan kualitatif sekuensial) dengan tes tertulis (<i>Fraction Screening Test dan Algebraic Thinking Questionnaire</i>) dan wawancara semi-terstruktur Subjek: 3 siswa kelas VIII SMP Negeri 4 Sidoarjo (1 tinggi, 1 sedang, 1 rendah kemampuan matematikanya).	Perbedaan Teoritis: Artikel hanya membahas berpikir aljabar. Bernalar aljabar tidak dijelaskan. Perbedaan Indikator: Berpikir: 1. Generalisasi. 2. Abstraksi. 3. Berpikir dinamis. 4. Pemodelan. 5. Berpikir analitis. 6. Organisasi. Bernalar: Tidak dibahas.

Hasil kajian terhadap 32 artikel terpilih menunjukkan bahwa kemampuan berpikir aljabar dan bernalar aljabar siswa berkembang melalui lintasan pemahaman konseptual yang

kompleks, bertahap, dan tidak bersifat linear. Temuan ini selaras dengan teori lapisan pemahaman konsep yang dikemukakan oleh Pirie dan Kieren, yang memandang pemahaman matematika sebagai proses dinamis yang terdiri atas delapan lapisan pemahaman dan memungkinkan terjadinya pergerakan maju-mundur (*folding back*) antar lapisan (Martin, 2018; Pirie & Kieren, 1994; Sa'adah et al., 2020).

Berdasarkan sintesis literatur, berpikir aljabar siswa terutama berkembang pada lapisan *primitive knowing*, *image making*, *image having*, dan *property noticing*. Pada lapisan *primitive knowing*, siswa mengandalkan pengetahuan aritmetika dasar, intuisi numerik, serta pengalaman belajar sebelumnya untuk memahami situasi aljabar sederhana. Beberapa penelitian menunjukkan bahwa pada tahap ini siswa cenderung menggunakan strategi numerik konkret dan belum memahami makna simbol secara struktural (Humaidi, 2021; Musyrifah et al., 2023; Sari et al., 2020).

Lapisan *Image Making* ditandai dengan aktivitas eksplorasi melalui contoh, manipulasi simbol awal, tabel, grafik, atau diagram. Pada tahap ini, siswa membangun citra mental melalui representasi eksternal sebelum mampu menyimpannya secara internal. Penelitian (Azahra & Masriyah, 2022) serta (Donuata & Pratama, 2021) menunjukkan bahwa siswa sering menggunakan substitusi numerik dan representasi visual untuk memahami hubungan antar variabel dalam bentuk aljabar.

Ketika siswa telah mampu mempertahankan representasi tersebut tanpa bantuan konkret, mereka memasuki lapisan *Image Having*. Pada tahap ini, simbol aljabar mulai dipahami sebagai representasi hubungan, meskipun masih bersifat lokal dan kontekstual. Hal ini sejalan dengan pandangan (Rochma et al., 2023) dan (Nurussofa & Santosa, 2024) yang menekankan bahwa pemahaman simbolik awal bersifat prosedural sebelum berkembang menjadi pemahaman struktural.

Lapisan *Property Noticing* merupakan titik penting dalam berpikir aljabar, karena siswa mulai mengenali sifat umum dan pola yang konsisten dari berbagai kasus khusus. Aktivitas generalisasi pola, pengenalan invarian, dan identifikasi relasi antar variabel yang banyak dilaporkan dalam artikel SLR merupakan indikator utama lapisan ini (Adelia & Rosyidi, 2025; Maass et al., 2019; Musyrifah et al., 2023). Namun demikian, beberapa penelitian mencatat bahwa siswa sering gagal memberikan alasan formal terhadap generalisasi yang dibuat, menunjukkan keterbatasan transisi menuju lapisan lanjut.

Bernalar aljabar dalam hasil kajian lebih dominan muncul pada lapisan *Formalising*, *Observing*, dan *Structuring*. Pada lapisan *Formalising*, siswa mulai menggunakan definisi, aturan,

dan notasi formal untuk menyatakan hubungan aljabar (Dewi et al., 2025). Kemampuan ini tercermin dalam aktivitas menyusun dugaan (*conjecturing*), menyatakan generalisasi secara simbolik, serta memberikan justifikasi awal terhadap solusi (Obara, 2019; Yunarti & Amanda, 2022; Zahro et al., 2024). Lapisan *Observing* menandai kemampuan reflektif siswa dalam mengevaluasi proses berpikir dan kesahihan argumen yang digunakan. Pada tahap ini, siswa tidak hanya berfokus pada hasil akhir, tetapi juga menilai proses penyelesaian dan konsistensi logika yang digunakan (Ayu et al., 2021; Muliawati, 2020). Temuan ini sejalan dengan teori penalaran matematis yang dikemukakan oleh (Lithner, 2008), serta diperkuat oleh penelitian (Sermatan et al., 2018) yang menekankan pentingnya refleksi dalam penalaran aljabar.

Lapisan *Structuring* mencerminkan kemampuan siswa dalam mengorganisasi konsep-konsep aljabar ke dalam suatu sistem yang koheren dan terintegrasi (Asih et al., 2020; Utami, 2021). Pada tahap ini, siswa mampu mengaitkan berbagai konsep, prosedur, dan prinsip aljabar secara hierarkis. Meskipun hanya sedikit artikel yang secara eksplisit menunjukkan capaian lapisan ini, beberapa penelitian melaporkan indikasi awal pada siswa berkemampuan tinggi, khususnya dalam konteks pembuktian relasi dan generalisasi lanjutan (Humaidi, 2021; Zahro et al., 2024). Lapisan tertinggi, *Inventing*, hampir tidak ditemukan dalam konteks pembelajaran formal, yang menunjukkan bahwa sebagian besar penelitian masih berfokus pada pemahaman konseptual tingkat awal hingga lanjut.

Konsep *folding back* merupakan karakteristik utama teori Pirie–Kieren yang sangat relevan dalam menjelaskan dinamika berpikir dan bernalar aljabar siswa. Hasil kajian menunjukkan bahwa siswa sering melakukan *folding back* ketika menghadapi kesulitan dalam simbolisasi, generalisasi, atau pembuktian. Dalam kondisi tersebut, siswa cenderung kembali ke lapisan sebelumnya, seperti menggunakan contoh numerik atau representasi visual untuk membangun kembali pemahaman (Pirie, 2000; Sa'adah et al., 2020).

Fenomena ini banyak dilaporkan dalam penelitian terkait kesulitan siswa dalam menyusun argumen logis dan justifikasi formal. Misalnya, ketika siswa gagal membuktikan suatu generalisasi, mereka kembali ke pola numerik atau kasus khusus sebagai dasar penalaran (Humaidi, 2021; Musyrifah et al., 2023; Puji et al., 2023). Dengan demikian, kesalahan siswa tidak selalu mencerminkan kegagalan belajar, melainkan bagian dari proses rekonstruksi pemahaman konseptual.

Berdasarkan hasil SLR, teori Pirie–Kieren memberikan kerangka konseptual yang komprehensif untuk mengintegrasikan berpikir aljabar dan bernalar aljabar dalam satu

lintasan perkembangan pemahaman. Berpikir aljabar berperan dominan dalam membangun pondasi konseptual melalui representasi, eksplorasi, dan generalisasi pada lapisan awal hingga menengah. Sementara itu, bernalar aljabar berfungsi sebagai mekanisme validasi, refleksi, dan justifikasi pada lapisan lanjut (Huitzilopochtli, 2022; Kieran, 2004; Lithner, 2008).

Namun, hasil kajian juga menunjukkan bahwa sebagian besar penelitian sebelumnya belum secara eksplisit memetakan kemampuan siswa ke dalam lapisan pemahaman Pirie–Kieran. Banyak artikel hanya mendeskripsikan indikator berpikir atau bernalar aljabar secara terpisah tanpa menjelaskan dinamika perkembangan konseptualnya. Oleh karena itu, penelitian ini memberikan kontribusi teoretis dengan menawarkan pemetaan berpikir dan bernalar aljabar berdasarkan lapisan pemahaman konsep, sehingga mampu menjelaskan variasi capaian siswa, kesulitan belajar, serta peran *folding back* secara lebih holistik yang disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Indikator Lapisan Pemahaman Konsep dan Lapisan Teori Pirie Kieran

No	Indikator Pemahaman Konsep	Lapisan Pirie–Kieran	Deskripsi Singkat
1	Mampu menyatakan kembali konsep secara sederhana	<i>Primitive Knowing</i>	Siswa memiliki pengetahuan awal yang bersifat intuitif dan belum terstruktur
2	Mampu mengidentifikasi dan mengelompokkan objek berdasarkan karakteristik tertentu	<i>Image Making</i>	Siswa mulai membangun pemahaman melalui eksplorasi dan representasi awal
3	Mampu memahami dan mempertahankan representasi konsep secara mental	<i>Image Having</i>	Siswa telah memiliki gambaran mental yang stabil tentang konsep
4	Mampu mengenali sifat-sifat dan memberikan contoh serta bukan contoh	<i>Property Noticing</i>	Siswa mulai mengidentifikasi pola dan karakteristik umum suatu konsep
5	Mampu merepresentasikan konsep dalam berbagai bentuk matematis (simbol, tabel, grafik)	<i>Formalizing</i>	Siswa mampu merumuskan konsep secara formal dan menggunakan notasi matematika
6	Mampu menganalisis hubungan antar konsep serta menentukan syarat perlu dan cukup	<i>Observing</i>	Siswa mampu merefleksi dan mengaitkan berbagai sifat dalam suatu konsep
7	Mampu mengorganisasi konsep dan menggunakan penalaran logis dalam penyelesaian masalah	<i>Structuring</i>	Siswa dapat mengintegrasikan berbagai konsep secara sistematis
8	Mampu menerapkan konsep secara fleksibel untuk memecahkan masalah baru	<i>Inventing</i>	Siswa mencapai pemahaman konseptual yang utuh dan mampu menghasilkan ide baru

Secara teoritis, berpikir aljabar dan bernalar aljabar merupakan dua kemampuan yang memiliki fokus berbeda namun saling melengkapi dalam pembelajaran matematika. Berpikir aljabar merujuk pada proses mental yang mencakup representasi simbolik, pemodelan matematis, generalisasi pola, dan abstraksi dari situasi konkret ke bentuk matematis. Teori ini banyak dikembangkan oleh Kieran yang menekankan pentingnya kemampuan berpikir simbolik untuk memahami struktur aljabar (Adelia & Rosyidi, 2025; Humaidi, 2021). Di sisi lain, bernalar aljabar berorientasi pada proses logis yang melibatkan penyusunan dugaan (*conjecturing*), pembuktian (*justifying*), dan penarikan kesimpulan berdasarkan pola dan aturan yang berlaku. Teori bernalar ini dijelaskan secara sistematis oleh (Lithner, 2008) dan diperkuat dalam berbagai penelitian seperti yang dilakukan oleh (Zahro et al., 2024) dan (Obara, 2019), yang menunjukkan pentingnya penalaran reflektif dalam proses penyelesaian masalah aljabar.

Indikator berpikir aljabar meliputi kemampuan untuk: (1) mengenali dan menggeneralisasi pola, (2) menggunakan simbol aljabar secara tepat, (3) membangun model matematika dari situasi nyata, (4) berpikir abstrak dan dinamis, serta (5) menganalisis struktur hubungan matematis (Azahra & Masriyah, 2022a; Musyriyah et al., 2023). Sedangkan indikator bernalar aljabar antara lain: (1) memahami masalah (*specializing*), (2) menyusun dugaan awal (*conjecturing*), (3) membuat generalisasi dari data atau pola, (4) memberikan pembuktian dan justifikasi logis (*justifying*), serta (5) mengevaluasi kesahihan argumen dengan pendekatan deduktif atau induktif (Sermatan et al., 2018; Zahro et al., 2024). Perbedaan indikator ini mencerminkan bahwa berpikir aljabar lebih bersifat eksploratif dan konstruktif, sedangkan bernalar aljabar lebih sistematis dan reflektif.

Berdasarkan analisis dapat disimpulkan perbedaannya yaitu berpikir aljabar lebih luas, mencakup representasi simbolik, pemodelan, generalisasi, dan eksplorasi konsep matematis. Berpikir Aljabar fokus pada aktivitas mental seperti abstraksi, analisis, dan transformasi masalah ke bentuk simbolik. Sedangkan bernalar aljabar lebih spesifik pada proses logis, argumentasi, pembuktian, dan penarikan kesimpulan dari pola atau data. Selain itu bernalar aljabar menekankan tahapan sistematis (seperti *specializing*, *conjecturing*, *generalizing*, *justifying*) dan justifikasi solusi. Hal ini sejalan dengan pemikiran Kieran (Humaidi, 2021) yang memisahkan antara berpikir simbolik (*symbolic thinking*) dan penalaran matematis (*mathematical reasoning*).

Perbedaan indikatornya adalah berpikir aljabar umumnya meliputi generalisasi, abstraksi, pemodelan, penggunaan simbol, dan analisis struktur matematis. Bernalar aljabar lebih terstruktur, seperti menemukan pola, membuat konjektur, membuktikan generalisasi, dan menyimpulkan dengan logika induktif/deduktif. Indikator berpikir aljabar yang sering muncul meliputi kemampuan membuat model matematis dari permasalahan kontekstual, penggunaan simbol dengan tepat, generalisasi terhadap pola atau struktur aljabar. Sementara itu, indikator bernalar aljabar mencakup kemampuan mengenali dan menghubungkan pola, menyusun dugaan (*conjecture*), menguji kebenaran dan membuat justifikasi logis. Beberapa artikel misalnya (Yunarti & Amanda, 2022) menjelaskan indikator bernalar aljabar berdasarkan teori reasoning dari (Lithner, 2008), sedangkan indikator berpikir aljabar banyak merujuk pada kerangka teori berpikir aljabar yang dikembangkan oleh (Kieran, 2004), yang menekankan aspek generalisasi, representasi simbolik, dan pemahaman struktur aljabar.



Gambar 2. Bidang aljabar apa saja yang sudah diteliti

Dari hasil identifikasi pada Gambar 2, topik materi aljabar yang paling sering diteliti dalam kaitannya dengan berpikir dan bernalar aljabar adalah Persamaan Linear dan Sistem Persamaan Linear (Persamaan Linear Satu Variabel ada 4 artikel, Sistem Persamaan Linear Dua Variabel ada 4 artikel, Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel ada 1 artikel) totalnya ada 9 artikel. Generalisasi pola ada 4 artikel, fungsi kuadrat dan fungsi linear ada 3 artikel, transmisi aritmetika ke aljabar ada 2 artikel, pemodelan bentuk aljabar ada 1 artikel, persamaan kuadrat ada 1 artikel, *reverse fraction* (fraksi terbalik) ada 1 artikel, matematika diskrit ada 1 artikel. Hal ini menunjukkan bahwa Persamaan dan Sistem Persamaan (PLSV, SPLDV, SPLTV) dan bentuk aljabar dasar merupakan materi dominan yang digunakan untuk mengukur kemampuan berpikir aljabar dan bernalar aljabar siswa. Selain itu, 10

artikel lainnya telah menerapkan teori lapisan pemahaman konsep Pirie Kieran untuk materi deret aritmetika, polinomial, struktur aljabar, perbandingan senilai dan betbalik nilai, logaritma, soal cerita, bangun ruang, barisan dan deret, sistem persamaan linear, bangun datar.

Kesulitan Belajar Siswa

Berdasarkan hasil analisis terhadap artikel yang dikaji, kesulitan belajar siswa dalam aljabar umumnya berkaitan dengan keterbatasan pemahaman konsep, kemampuan simbolisasi, serta kemampuan komunikasi matematis. Banyak siswa mampu melakukan manipulasi prosedural terhadap simbol aljabar, tetapi belum memahami makna konsep yang mendasarinya secara mendalam (Donuata & Pratama, 2021; Kieran, 2004). Kesulitan yang sering muncul antara lain kesalahan dalam menggunakan variabel, ketidakmampuan menyusun model matematika dari permasalahan kontekstual, serta kesulitan dalam melakukan generalisasi pola. Beberapa penelitian juga menunjukkan bahwa siswa cenderung menggunakan pendekatan numerik atau contoh konkret ketika menghadapi masalah aljabar, namun belum mampu menjelaskan hubungan matematis secara simbolik dan formal (Azahra & Masriyah, 2022; Musyrifah et al., 2023).

Selain itu, siswa juga mengalami kesulitan dalam menyusun argumen logis dan memberikan justifikasi terhadap solusi yang diperoleh. Dalam banyak kasus, siswa dapat menemukan jawaban yang benar tetapi tidak mampu menjelaskan alasan matematis dari langkah penyelesaian yang digunakan secara sistematis (Lithner, 2008; Zahro et al., 2024). Jika ditinjau dari teori lapisan pemahaman konsep Pirie–Kieran, kesulitan tersebut menunjukkan bahwa siswa masih berada pada tahap transisi antar lapisan pemahaman. Ketika mengalami kesulitan dalam simbolisasi atau generalisasi, siswa sering melakukan proses *folding back*, yaitu kembali ke pemahaman sebelumnya seperti menggunakan contoh numerik atau representasi visual untuk membangun kembali pemahaman konsep yang diperlukan (Martin, 2018; Pirie & Kieran, 1994). Oleh karena itu, kesulitan belajar dalam aljabar dapat dipahami sebagai bagian dari proses perkembangan pemahaman konseptual yang bersifat dinamis dan bertahap.

SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil *Systematic Literature Review*, berpikir aljabar dan bernalar aljabar merupakan dua kemampuan yang saling berkaitan dalam perkembangan pemahaman konsep aljabar siswa. Berpikir aljabar cenderung berkembang pada lapisan awal hingga

menengah (*primitive knowing, image making, image having, dan property noticing*), sedangkan bernalar aljabar lebih dominan pada lapisan lanjut (*formalising, observing, dan structuring*). Perkembangan kedua kemampuan tersebut bersifat dinamis dan tidak linier, serta melibatkan proses *folding back* sebagai bagian dari konstruksi dan rekonstruksi pemahaman konsep. Kesulitan siswa dalam aljabar, seperti kesalahan simbolisasi, keterbatasan generalisasi, dan lemahnya justifikasi, menunjukkan adanya transisi antar lapisan pemahaman konsep.

Temuan ini menegaskan bahwa teori Pirie–Kieren merupakan kerangka konseptual yang efektif untuk memetakan dan mengintegrasikan perkembangan berpikir dan bernalar aljabar secara komprehensif. Namun, penelitian ini memiliki keterbatasan, yaitu terbatas pada artikel yang terindeks SINTA dan Scopus serta rentang waktu publikasi tertentu, sehingga belum mencakup seluruh penelitian yang relevan. Selain itu, sebagian besar studi yang dianalisis belum secara eksplisit memetakan temuan ke dalam setiap lapisan pemahaman konsep Pirie–Kieren. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk memperluas sumber data, menggunakan pendekatan empiris, serta mengkaji secara lebih mendalam dinamika setiap lapisan pemahaman konsep dalam pembelajaran aljabar.

DAFTAR RUJUKAN

- Acharya, B. R. (2017). Factors Affecting Difficulties in Learning Mathematics by Mathematics Learners. *International Journal of Elementary Education*, 6(2), 8. <https://doi.org/10.11648/j.ijeedu.20170602.11>
- Adelia, D., & Rosyidi, A. H. (2025). Berpikir Aljabar Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Tebak Bilangan Menggunakan Microsoft Excel. *Jurnal MATHEdunesa*. <https://ejournal.unesa.ac.id/index.php/mathedunesa/article/view/62857>
- Asih, A., Rohman, N. N., & Utami, A. D. U. A. D. (2020). Profil Lapisan Pemahaman Konsep Barisan dan Deret Berdasar Teori Piere Kieren pada Siswa Kelas VIII SMP Muhammadiyah 2 Bojonegoro. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Matematika (JIPM)*, 2(1), 12-34. <https://10.36379/jipm.v2i1.125>
- Authary, N. (2019). Pelevelan Penalaran Aljabar Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika Berbasis Taksonomi Structure Of The Observed Learning Outcome (SOLO). *Numeracy*, 6(2), 274–282. <https://ejournal.bbg.ac.id/numeracy/article/view/487>
- Ayu, Y. A., Kurniati, Y., Fauziah, A., & Kurnia, R. A. (2021). Analisis Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Sekolah Dasar Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Menerapkan Teori Pirie Kieren. *ISEJ: Indonesian Science Education Journal*. 2(2), 90–99.
- Azahra, A. M., & Masriyah, M. (2022). Berpikir Aljabar Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Ditinjau dari Gaya Blajar Visual, Auditori, dan Kinestetik. *Jurnal MATHEdunesa*, 11(3), 744–753. <https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v11n3.p744->

- Basir, M. A., & Aminudin, M. (2020). Pengembangan buku teks matematika berbasis investigasi untuk meningkatkan penalaran aljabar. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education*, 4(1), 53–62. <https://doi.org/10.31331/medivesveteran.v4i1.1016>.
- Deviana, D. R., & Prihatnani, E. (2018). Pengembangan Media Monopoli Matematika pada Materi Peluang untuk Siswa SMP. *JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)*, 3(2), 114–131. <https://doi.org/10.15642/jrpm.2018.3.2.114-131>
- Dewi, M. R., Zayyadi, M., & Irawati, S. (2025). Pemahaman Konsep Bentuk Aljabar Siswa SMP Berdasarkan Teori Pirie-Kieren Ditinjau dari Jenis Kelamin. *Jurnal Ilmiah Matematika (JIMAT)*, 6(2), 903–914.
- Donuata, I. G., & Pratama, F. W. (2021). Lapisan pemahaman konsep mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan soal logaritma. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(3), 1541–1553.
- Eriksson, H. (2021). Algebraic and fractional thinking in collective mathematical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 108(3), 473–491. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10044-1>
- Fadilah, D. A. N., Nurhayati, E., & Hermanto, R. (2024). Students' Layer of Mathematical Understanding on the Material of Linear Equation One Variable in Terms of Self-Directed Learning. *International Journal of Applied Learning and Research in Algebra*. <https://journals.eduped.org/index.php/Algebra/article/view/1236>
- Huitzilopochtli, S. (2022). *Multilingual Students' Arguments in Early Algebra: Writing, Refining, and Revising through Conferencing*. In book: illuminating and Advancing the Path for Mathematical Writing Research, 291-315.
- Humaidi, A. (2021). *Analisis Miskonsepsi berpikir aljabar menurut teori Kieran: Penelitian kualitatif di kelas VIII SMP IT AL-HUDA Cilamaya Wetan*. UIN Sunan Gunung Djati Bandung, skripsi tidak dipublikasikan. <https://digilib.uinsgd.ac.id/42619/>
- Indraswari, N. F., & Zakiyah, S. (2020a). Identifikasi Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Relasi Rekursif Menggunakan Alat Peraga Menara Hanoi Ditinjau Dari Gaya Belajar. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 14(4), 565–574. <https://doi.org/10.30598/barekengvol14iss4pp565-574>
- Indraswari, N. F., & Zakiyah, S. (2020b). Identifikasi Penalaran Aljabar Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Relasi Rekursif Menggunakan Alat Peraga Menara Hanoi Ditinjau Dari Gaya Belajar. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 14(4), 565–574. <https://doi.org/10.30598/barekengvol14iss4pp565-574>
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?. *Mathematics Educator*, 8(1), 139–151.
- Kilpatrick, J. (2020). History of research in mathematics education. *Encyclopedia of Mathematics Education*. 01 January 2020, pp. 349-353. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_71
- Levin, M. (2022). Seeds of algebraic thinking: a Knowledge in Pieces perspective on the development of algebraic thinking. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 54(6), 1303–1314. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01374-2>

- Lithner, J. (2008). A Research Framework For Creative And Imitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Maass, K., Geiger, V., Ariza, M. R., & Goos, M. (2019). The role of mathematics in interdisciplinary STEM education. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*. 5(1), 1-16. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01100-5>
- Martin, D. B. (2018). Mathematics learning and participation as racialized forms of experience: African American parents speak on the struggle for mathematics literacy. *Urban Parents Perspectives Children'S Math. Mtl V8#3*. 197-229. <https://doi.org/10.4324/9780203764152-2>
- Minggi, I., & Talib, A. (2021). Students' mathematical reasoning ability in solving TIMSS cognitive domain on Algebraic based on students' thinking style. *ARRUS Journal of Mathematics and Applied Science*, 1(1), 52–61. <https://doi.org/10.35877/mathscience553>
- Misbahuddin, M., & Nur, F. (2019). Analisis Keterampilan Berpikir Aljabar Siswa Kelas VIII MTs. *Al Asma: Journal of Islamic Education*, 1(2), 76–88. <https://journal3.uin-alauddin.ac.id/index.php/alasma/article/view/11162>
- Muliawati, N. E. (2020). *Lapisan Pemahaman Mahasiswa Calon Guru Matematika Dengan Tipe Middle Ability Dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Grup Berdasarkan Teori Pirie-Kieren*. 8(2), 157–164. <https://doi.org/10.25273/jems.v8i2.7592>
- Munthe, R. T. I., & Hakim, D. L. (2022). Analisis Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa SMP Dalam Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV). *PRISMA*. 11(2), 371–383. <https://doi.org/10.35194/jp.v11i2.2388>
- Musyrifah, E., Nurasiah, D., & Hafiz, M. (2023). Meningkatkan Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa Dengan Pendekatan Realistic Mathematics Education (RME). *ALGORITMA: Journal of Mathematics Education*, 5(1), 13–25. <http://journal.uinjkt.ac.id/index.php/algoritma/article/view/32581>
- Nissa, A. D. A., & Mahmudi, A. (2022). Analisis Kemampuan Penalaran Aljabar Siswa dengan model pembelajaran masalah (PBL) dalam menyelesaikan masalah matematika. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(2), 1400–1410. <https://dx.doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.4835>
- Nurusofa, R., & Santosa, C. (2024). Analisis Pemahaman dan Folding Back Siswa Menurut Teori Pirie Kieren pada Konsep Deret Aritmetika. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*. 4(4), 1608-1625. <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i4.2323>.
- Obara, S. (2019). Pre-service teachers exploring the role of pattern-based reasoning in the context of algebraic thinking. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(11), 1–16. <https://doi.org/10.29333/ejmste/109262>
- Pearn, C. (2022). Algebraic reasoning in years 5 and 6: classifying its emergence and progression using reverse fraction tasks. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 54(6), 1257–1271. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01426-7>
- Pirie, S. (2000). The role of collecting in the growth of mathematical understanding. *Mathematics Education Research Journal*, 12(2), 127–146. <https://doi.org/10.1007/BF03217080>
- Pirie, S., & Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we

- characterise it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics*, 26(2), 165–190.
- Pourdavood, B. R. (2020). The impact of mental computation on children's mathematical communication, problem solving, reasoning, and algebraic thinking. *Athens Journal of Education*, 7(3), 241–254. <https://doi.org/10.30958/aje.7-3-1>
- Puji, A., Sari, I., & Wintarti, A. (2023). Lapisan Pemahaman dan Folding Back Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Adversity Quotient. *Edukasia Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran*. 4(2), 2337–2342.
- Rochma, N. A., Suwanti, V., Ika, Y., & Pranyata, P. (2023). *Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Perbandingan Berdasarkan Teori Pirie-Kieren (An analysis of Students' Understand Concepts Ability in Solving Proportion Problems Based on Pirie-Kieren Theory)*. *JMPM: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*. 8(2), 100–113.
- Sa'adah, M., Susiswo, S., & Parta, I. N. (2020). Profil folding back siswa dalam menyelesaikan soal cerita. *Jurnal Kajian Dan Pembelajaran Matematika*. 4(2), 1-8. <https://core.ac.uk/download/pdf/354311155.pdf>
- Sagala, V. (2017). Profil Lapisan Pemahaman Konsep Turunan Fungsi dan Folding Back Mahasiswa Calon Guru Matematika Berdasarkan Gender. *Jurnal Ilmiah Soulmath: Jurnal Edukasi Matematika*. 4(5), 232- 243. <https://ejournal.unitomo.ac.id/index.php/mipa/article/view/230/0>
- Sari, D. P., & Fiantika, F. R. (2018). A Students Algebraic Thinking Processed in Mathematic Problem Solving at Low Mathematic Ability Student Based on Quantitative Reasoning Ability. *Edumatika : Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 1(2), 29. <https://doi.org/10.32939/ejrpm.v1i2.224>
- Sari, N. P. N., Fuad, Y., & Ekawati, R. (2020). Profil Berpikir Aljabar Siswa SMP Dalam Menyelesaikan Masalah Pola Bilangan. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 11(1), 56–63. <http://dx.doi.org/10.15294/kreano.v11i1.22525>
- Sermatan, E., Fahinu, F., & Zamsir, Z. (2018). Peningkatan Kemampuan Penalaran Aljabar Siswa Melalui Problem Based Learning Dan Konvensional Pada Siswa Madrasah Tsanawiah. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 53–62.
- Sun, S. (2023). The Developmental Progression of Early Algebraic Thinking of Elementary School Students. *Journal of Intelligence*, 11(12), 1–19. <https://doi.org/10.3390/jintelligence11120222>
- Thoyyibah, R., & Susanti, E. (2024). Investigasi Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematika. *Jurnal Analisa*, 10(1), 53–63. <https://journal.uinsgd.ac.id/index.php/analisa/article/view/30022>
- Utami, T. L. (2021). Karakteristik Kemampuan Menyajikan Konsep Dalam Berbagai Bentuk Representasi Matematis Pada Siswa SMP Berdasarkan Teori Pirie dan Kieren. *JEMS: Jurnal Edukasi Matematika dan Sains*. 9(1), 28–40. <https://doi.org/10.25273/jems.v9i1.8580>
- Wilkerson, T. L., Eddy, C. M., & ... (2018). Development and validation of the algebra teachers' self-efficacy instrument: Assessment of algebra teachers' knowledge and personal teaching efficacy. *School Science and Mathematics*. 118(6). 206-217. <https://doi.org/10.1111/ssm.12291>

- Wilkie, K. J. (2024). Coordinating visual and algebraic reasoning with quadratic functions. *Mathematics Education Research Journal*, 36(1), 33–69. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00426-w>
- Yunarti, T., & Amanda, A. (2022). Pentingnya kemampuan numerasi bagi siswa. *Seminar Nasional Pembelajaran Matematika, Sains dan Teknologi*. 2(1), 44-48. <http://e-jurnal.fkip.unila.ac.id/index.php/SINAPMASAGI/article/view/92>
- Yusrina, S. L., & Masriyah. (2019). Profil Berpikir Aljabar Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Kontekstual Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Mathedunesa*. 8(3), 472–479.
- Yusrina, S. L. (2019). Profil Berpikir Aljabar Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Kontekstual Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Volume*. <https://core.ac.uk/download/pdf/230667869.pdf>
- Zahro, A. T. A., Fitria, F. N., Maulidiyah, I. F., & Mufidah, M. N., Arrifadah, A., Indarwati, T.Y. (2024). Penalaran Aljabar Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linear Berdasarkan Gaya Belajar Kognitif. *Jurnal Hasil Penelitian dan Pengembangan*. 2(2), 51–56. <https://jurnalcendekia.id/index.php/jhpp/article/view/366>